

Cours CE6 : procédé

D **Introduction :**

Dans notre société, nous produisons pour gagner de l'argent pour cela il faut assurer certaines fonction en agissant sur différents niveau d'action.

		Fonction de base à assurer pour produire			
		Produire pour réaliser des pièces conformes (vite et bien)	Organiser l'exploitation des ressources (gagner beaucoup en dépensant peu)	Mettre en place des ressource (humaines, techniques) pour produire. (tout faire instantanément)	
Niveau d'action	Agir au niveau des flux de production	Gestion industrielle	Gestion industrielle	Transfert, assemblage et manutention des pièces	
	Agir au niveau des éléments géométriques intermédiaires	En-cours	Ordre des surfaces	Regroupement en sous-phases et en phases	Architecture des machines, transfert, manutention et outillages
		Surfaces	Ordre des opérations		
	Agir au niveau de la transformation de l'élément de matière (copeau, zone de fusion)	Couple outil/machine	Conditions de coupe	Technologies, cœur des process	

Gamme, stratégie d'usinage et gestion de production

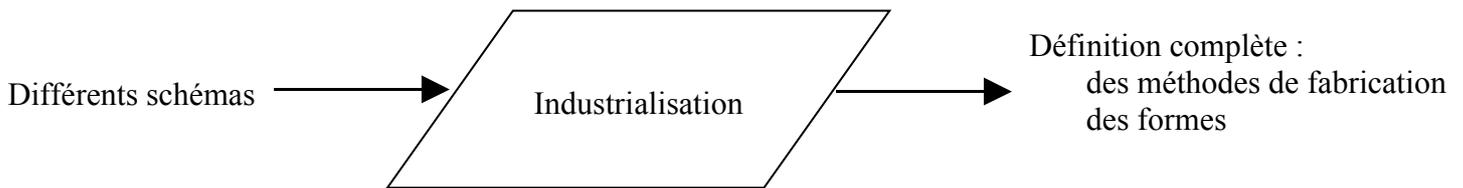
Connaissances, modélisation, maîtrise des technologies et des compétences

D) Notions de bases

a. L'industrialisation

Le cycle de vie d'un produit suit une séquence 1→2→3 mais il y a une itération entre ces activités.

- 1) En général la genèse d'un nouveau produit ou d'une nouvelle version de produit démarre au bureau d'étude, elle se fait de la façon suivante :
 - Schéma cinématique
 - Schéma technologique
 - Maquette ou prototype pour vérifier la capacité du produit à satisfaire les fonctions attendues et pour définir les formes générales
- 2) L'industrialisation qui a pour but de définir les procédés et technologie à utiliser pour réaliser en série le prototype défini par le bureau d'études. Dans cette phase, on peut être amené à modifier les formes du produit pour :
 - mieux répondre aux exigences des clients
 - mieux satisfaire aux exigences des procédés retenues



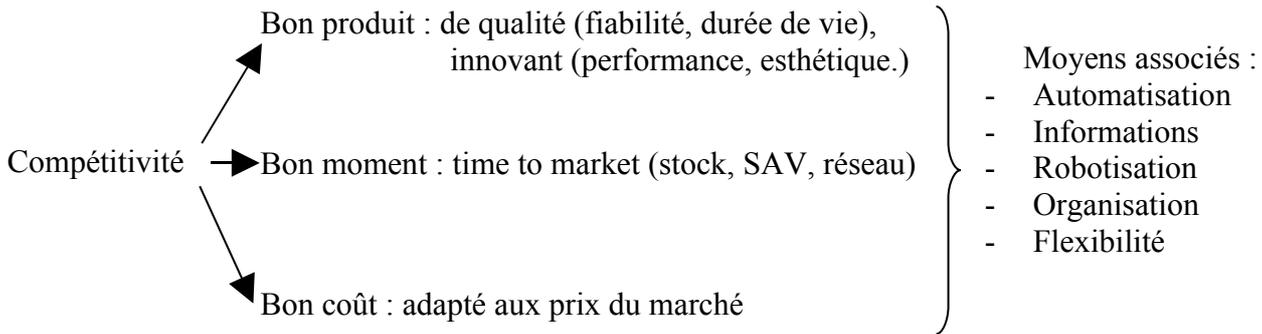
- 3) On étudie et on met en place les équipements requis

b. La productique

Les concept de productique est en émergence du à :

- l'explosion des technologies d'informatique, d'automatique, des matériaux et aussi des procédés de fabrication.
- l'accroissement des complexités de produit, procédés et des équipements.
- l'évolution et l'accélération des produits et des marchés
- l'augmentation de la compétitivité des produits.

La productique correspond à la démarche de l'entreprise qui fixe à tous les acteurs de celle-ci un objectif commun, elle regroupe trois concepts industriels essentiels : le produit, le procédé et l'équipement . On recherche le meilleur produit avec le meilleur procédé (pour être le plus compétitif possible). Cet objectif est rendu plus difficile à maîtriser avec l'apparition de nouveaux moyens. Le problème est le suivant :



c. Limites d'étude de ce cours

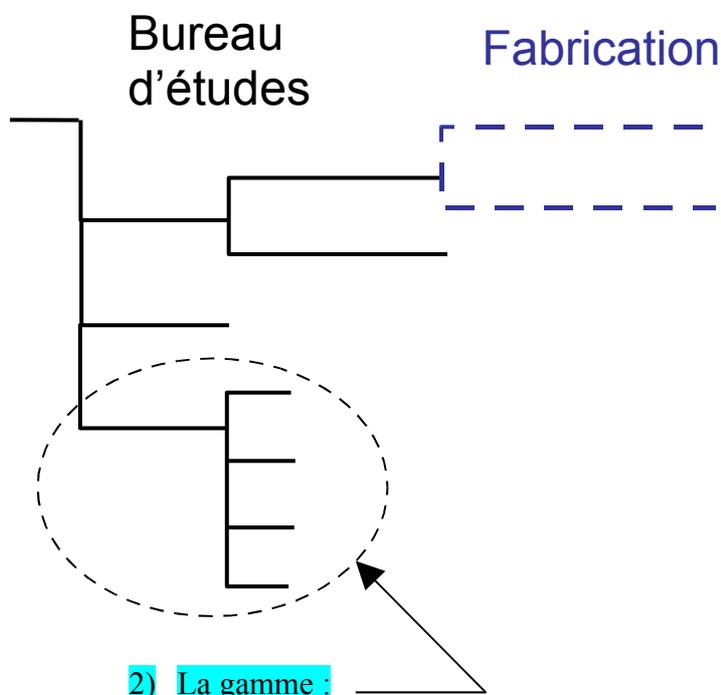
Dans ce cours nous nous limiterons à l'étude de la définition d'un processus de réalisation des pièces car c'est l'activité qui est au cœur de l'entreprise.

II) Gamme de fabrication

d. Dénominations et définitions

1) La nomenclature d'un produit :

C'est un document qui représente toutes les évolutions de tous les produits fabriqués pour aboutir au produit final. Il peut exister deux nomenclatures différentes pour un même produit, l'une faite par le BE et l'autre avec des étapes supplémentaires liées à la fabrication.



C'est la définition d'un passage à une étape de la nomenclature et nom à plusieurs. Afin de définir complètement le processus de réalisation d'une pièce entrant dans la composition d'un produit, à partir d'autres produits, il faut définir l'ordre

chronologique des transformations élémentaires que subira une pièce brut pour être transformée en pièce fabriquée.

Dans une gamme doit figurer:

- La pièce
- Le composant du niveau supérieur
- Liste des composants obtenus
- Liste des outillages
- Liste des outils.

3) APEF :

APEF signifie Avant Projet d'Etude de fabrication, cela correspond à la gamme prévisionnelle c'est à dire à la gamme prévue ou possible mais qui ne sera pas forcément retenue.

La gamme définitive ou projet de fabrication définira l'ordre des opérations qui seront suivis pour la réalisation de la fabrication, une gamme définitive ne peut être rédigée que si la production a été faite.

4) Opération :

Une opération c'est l'action qui est mise en œuvre par un seul des moyens (outils) dont est doté le poste de travail.

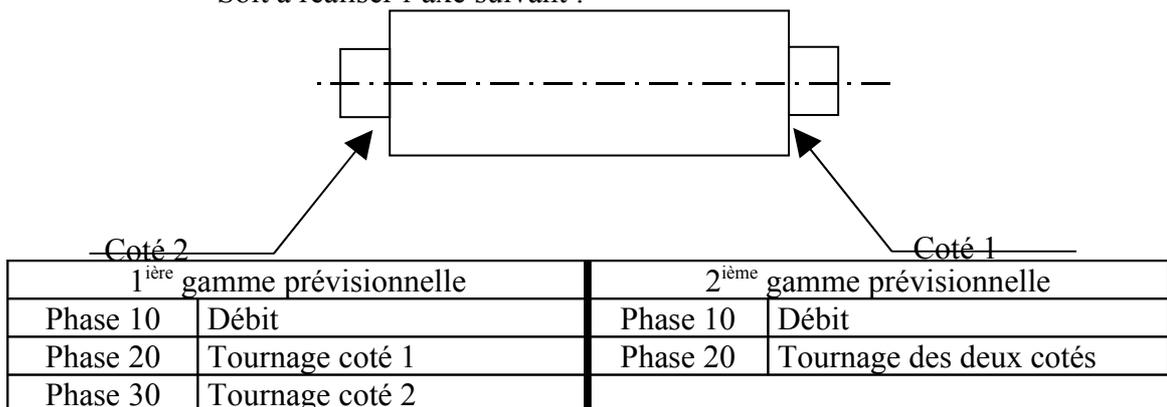
5) Phase :

Une Phase représente l'ensemble des opérations effectuées à un même poste de travail.

Une sous phase est l'ensemble d'opérations réalisées sans démontage de la pièce.

6) Exemple :

Soit à réaliser l'axe suivant :



Le choix de cette gamme est très importante, elle dépend des moyens de production mis à disposition et elle pourra en gestion de production prévoir la circulation des lots de pièces dans l'atelier.

e. Définition des différentes informations contenues dans une gamme :

Afin d'être le plus clair possible, une gamme de fabrication doit contenir un certain nombre d'informations :

➤ Informations relatives à la nomenclature :

Sur chaque gamme doit figurer :

- L'ensemble supérieur du produit obtenu dans la gamme.
- La référence et la désignation du produit fabriqué.
- La liste des approvisionnements nécessaires.

➤ Informations relatives au déroulement opératoire :

Sur chaque gamme doit figurer :

- Les phases avec leur numéro et leur désignation (en général de 10 en 10 afin de pouvoir réinsérer des phases après test).
- Eventuellement les sous-phases avec leur repère (en général A, B, C...)

➤ Informations relatives aux outillages :

Sur chaque gamme doit figurer :

- La référence et la désignation de chaque outil utilisé.
- Eventuellement la définition des montages spécifiques.

➤ Informations relatives à chaque phase ou sous-phase :

Sur chaque gamme doit figurer :

- La nature de la prise de pièce réaliser (pas la technologie retenue).
- La nature de la liaison entre les surfaces de la pièce et du porte-pièce.
- Le schéma symbolisant la mise en position et faisant apparaître les surfaces usinées.
- L'ordre détaillé des opérations à effectuer en les numérotant a, b, c, ... et en les désignant à l'aide de verbe (dresser, surfacer, tarauder...)

f. Méthodes d'élaboration d'une gamme

L'établissement d'une gamme de fabrication nécessite une connaissance très pointue du procédé d'obtention utilisé. Ce n'est qu'après de très nombreuses années d'expérience que les prévisions de gamme sont directement transposables en fabrication c'est pourquoi on **ne peut enseigner une méthode déterminante d'établissement des gammes de fabrication**, il faut traiter des exemples. Cependant, **il existe certaines méthodes qui aident à la création des gammes** :

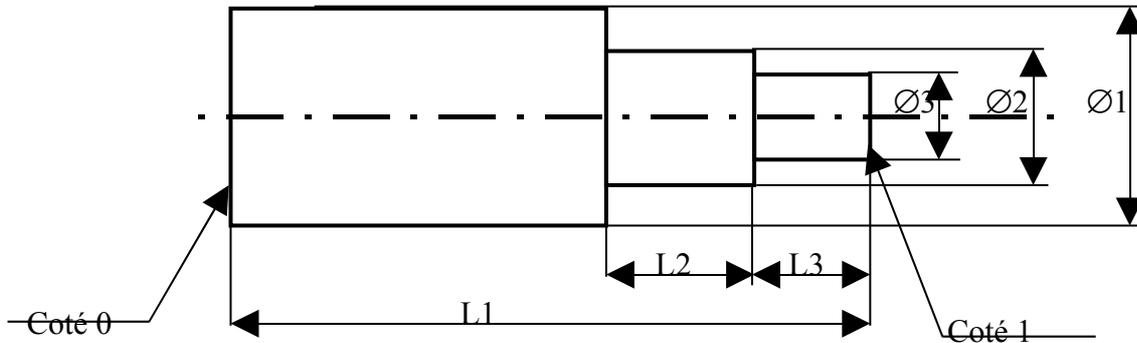
➤ Travail en famille de pièces :

Une famille de pièce est un ensemble varié d'éléments ayant des similitudes :

- de forme.
- de dimensions.
- de cheminements (elles subissent une gamme similaire comportant des phases sur les mêmes machines).

Pour chaque famille de pièce, il est possible d'établir une **gamme type** (ou gamme fondamentale ou gamme mère). Elle comporte toutes les phases pour usiner toutes les formes dans la famille. Elle est composée d'un ensemble de gammes standard définissant chacune un ensemble d'opérations visant à réaliser une forme élémentaire.

Exemple : famille d'arbre épaulés de façon multiple sur un coté.



Gamme type : Phase 10 : Elaboration du brut par étirage au $\varnothing 1$
 Phase 20 : Débit
 Phase 30 : Surfaçage coté 0
 Phase 40 : Surfaçage coté 1 + épaulement
 Phase 50 : Protection anticorrosion.

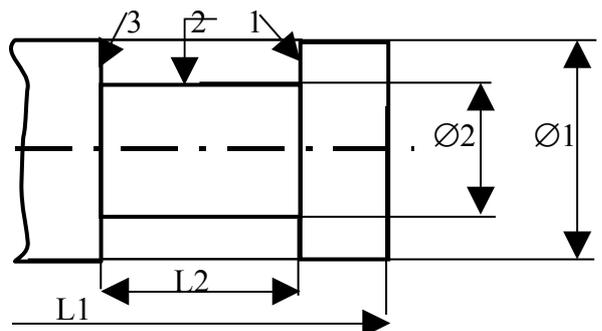
Certaines phases comportent plusieurs gammes standards (phase 40), pour la réalisation d'épaulements multiples :

- | | |
|---|---|
| a) Surfaçage ébauche 1 | d ₁₁) dressage face n |
| b ₁) Ebauche $\varnothing 2$ | d _i) finition $\varnothing i$ |
| b ₂) Ebauche $\varnothing 3$ | d _{ii}) dressage face i |
| b _i) Ebauche $\varnothing i$ | d _{n-1}) finition $\varnothing 3$ |
| b _n) Ebauche $\varnothing n$ | d _{n-1,n-1}) dressage face 3 |
| c) finition 1 | d _n) finition $\varnothing 2$ |
| d ₁) finition $\varnothing n$ | d _{nn}) dressage face 2 |

Eventuellement, il peut exister des gammes standard additionnelles définissant des formes générales, ces formes peuvent être rajoutées à la pièce de base de la famille.

Exemple : Gamme standard de réalisation d'une gorge large à flancs plans et fond cylindrique (épaulement 2) :

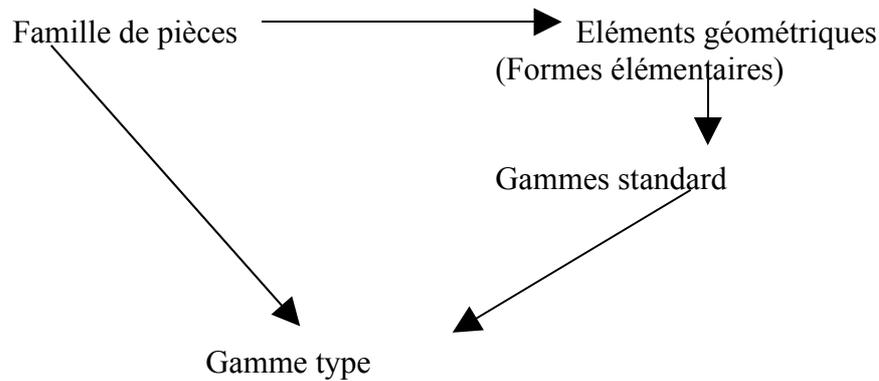
- ébauche de la gorge par défonçage
- finition face 1
- finition du fond 2
- finition de la face 3



D'où la pièce précédente entre morphologiquement dans la famille des pièces :

- avec épaulement multiple d'un côté
- comportant une rainure large à flancs plans et fond cylindrique sur un des épaulements.

On peut résumer cette façon de faire les gammes des gammes types à l'aide du schéma suivant :



Méthode de travail :

A partir du dessin de définition de la pièce et du catalogue des gammes types, on recherche si la pièce entre dans une famille ou non. Si oui, on peut établir une gamme spécifique en adoptant la gamme type à la géométrie de base de la pièce et en rajoutant des gammes d'entités standards.

Avantages et inconvénients de cette méthode :

Avantages	Inconvénients
Nécessite pas ou peu de connaissances du processus.	Ne s'applique que si on a une petite variété de pièces
Le temps nécessaire à l'établissement des gammes se réduit.	Investissement initial pour formaliser tout le savoir-faire est important et ne se rentabilise qu'à long terme.

➤ **Réalisation de gammes intuitives :**

La démarche est rigoureusement identique mais rien n'est formalisé sur des documents. Le spécialiste connaît parfaitement le produit et les processus, il rédige une gamme spécifique en se fiant à son expérience (travail par analogie)

Méthode de travail :

Il faut se forger une expérience, on peut la faire en traitant des exemples mais il ne s'agira qu d'une initiation à l'établissement des gammes. Dans tous les cas, les connaissances de base sont nécessaires :

- ordre des opérations des phases
- mise en position.

Avantages et inconvénients de cette méthode :

Avantages	Inconvénients
S'applique à toutes les variétés de pièces.	Nécessite une longue expérience, lorsque le spécialiste quitte l'entreprise, les connaissances aussi.
Pas d'investissement initial pour formaliser tout le savoir-faire car il n'y a pas de documents type à élaborer.	Le temps nécessaire à l'établissement des gammes est plus long.

Il existe des outils de validation des gammes :

- la simulation
- vérification machine (puissance)
- calcul de temps et des coûts.

g. Règles d'élaboration d'une gamme

Ces règles sont des règles générales qui s'appliquent à la majorité des pièces.

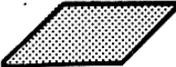
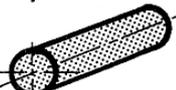
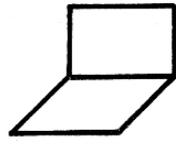
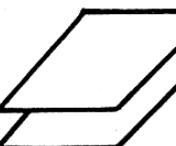
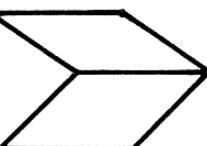
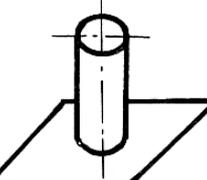
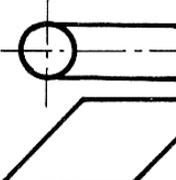
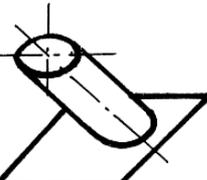
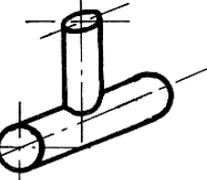
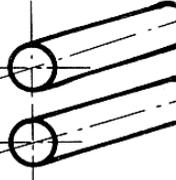
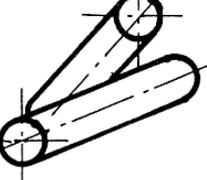
➤ **Démarche d'analyse :**

N°	Etapes	Objectifs
1	Etude morphologique de la pièce	Faire a priori un choix probable de la première phase
2	Analyse des spécifications délicates	Rechercher et identifier les risques de rebut
3	Décision sur la réalisation des surfaces intrinsèques	Assurer la qualité des surfaces
4	Décision sur les groupements d'usinage des surfaces	Limiter les écarts de reprise et de manipulation
5	Ordre des opérations	Assurer la qualité de la pièce et minimiser son coût
6	Ordre des phases	Assurer la qualité de la pièce et minimiser son coût
7	Choix des surfaces de départ	Assurer le meilleur balançage du brut
8	Mise en position	Réduire les écarts de reprise
9	Ablocage	Assurer la stabilité de la pièce lors de l'usinage

➤ Règles d'expertise :

Etape 1 : Etude morphologique de la pièce

On commence par déterminer le modèle valide qui correspondra à la pièce. Pour cela on associera des surfaces élémentaires (plan, cylindre long ou cylindre court) à notre pièce. Elles peuvent être classées de la manière suivante :

	Plan	Cylindre long	Cylindre court
Composition des surfaces			
			
			
			
	⊥	=	≠
géométrie de la composition			

Une fois le modèle choisi, la première surface usinée doit présenter une stabilité maximale pour la suite des usinages :

- un cylindre domine sur un plan si la surface projetée du cylindre est supérieur à 1.5 fois la surface du plan
- un cylindre est utilisable pour une reprise lorsque sa longueur est supérieur à 1/1.25 fois son diamètre.
- La pièce étant en appui sur la première surface usinée, elle doit être bloquée de façon efficace.

Etape 2 : Analyse des spécifications délicates

Les spécifications délicates sont celles qui nécessitent un nombre d'opérations supérieur au nombre des surfaces concernées par la spécification.

+ courant o exceptionnel	1 opération	2 opérations	3 opérations	4 opérations
IT > 0.4	+			
0.15 < IT ≤ 0.4	o	+		
0.4 < IT ≤ 0.15		o	+	
IT ≤ 0.05			+	+
Qualité ≥ 12	+			
Qualité 9-10-11	o	+		
Qualité 7-8		o	+	
Qualité ≤ 6			o	+
Ra ≥ 12.5	+			
3.2 < Ra < 12.5		+		
Ra ≤ 3.2			+	+

Exemple : lors de la réalisation d'une pièce sur un parc conventionnel, les spécifications considérées délicates sont :

- les cotes d'une même surface telles que $IT \leq 0.05$ mm.
- Les cotes entre surfaces telles que $IT \leq 0.1$ mm.
- Les défauts de position pour lesquels $t \leq 0.1\%$.
- Les états de surface tels que $Ra \leq 1.6$.

Étape 3 : Décision sur la réalisation des surfaces intrinsèques

Une fois les spécifications délicates identifiées, nous pouvons définir le types d'opérations :

- Ebauche : permet d'élever un maximum de matière afin d'éliminer les irrégularités d'épaisseur et de qualité de la pièce tout en se rapprochant de la surface finale
- Demi-finition : permet une bonne approche de forme et de position de la surface finale mais aussi d'assurer la régularité du copeau de finition.
- Finition : permet d'obtenir la rugosité choisi et les qualités géométrique et dimensionnelle désirées.
- Super-finition : permet d'obtenir une qualité inférieure à 6 (rectification).

On préférera toujours un travail d'enveloppe à un travail de forme si la spécification intrinsèque de la surface est serrée. Car pour le travail de forme, la qualité obtenue dépend de la qualité de l'outil alors que pour le travail d'enveloppe, la qualité de obtenue dépend de la qualité de la cinématique de la machine outil.

Remarque sur le copeau : pour réaliser une tolérance, il faut que l'épaisseur du copeau soit relativement constante et elle est choisie de la manière suivante :

- $IT_{\text{copeau}} \leq 10 IT_{\text{cote}}$ (extérieur)
- $IT_{\text{copeau}} \leq 5 IT_{\text{cote}}$ (intérieur)

Copeau mini correspond à la profondeur de passe nécessaire pour que le phénomène de coupe se passe dans de bonnes conditions, il dépend de la matière à usiner, de l'outil, de la surface de départ (brut ou usiné) et des conditions de coupe.

Copeau maxi correspond à la profondeur de passe maximale, il dépend de l'outil (longueur d'arête) et de la puissance de la machine.

Etape 4 : Décision sur les groupements d'usinage des surfaces

Pour les surfaces liées par des spécifications délicates, on recherche en priorité :

- l'usinage de ces surfaces dans la même phase si elles sont géométriquement associables.
- L'usinage de la deuxième surface en se mettant en position sur la première.

On recherchera aussi à usiner dans une même phase, toutes les surfaces accessible à un moment donné, cependant on sera limité par :

- les efforts de coupe (puissance machine)
- le nombre de portes-outils disponibles sur la machine
- le porte-à-faux des outils
- les différences éventuelles des vitesses de coupe.

Etape 5 : Ordre des opérations

Quelques règles pour définir l'ordre des opérations :

- 1) Les outils de finition attaquent (voir dégagent) sur des surfaces écroûtées.
- 2) Les outils de finition travaillent sur des courses minimum et temps minimum.
- 3) Reporter au plus tard possible les usinages qui fragilisent la pièce (gorges) et séparer une finition précise de l'ébauche ayant dégagé beaucoup de chaleur (déformations).
- 4) Charger symétriquement les outils déformables (gorges, foret : pour éviter la déviation du foret, lors de l'insertion de deux trous perpendiculaires, on percera en premier la trou de petit diamètre puis celui de grand diamètre)
- 5) Rejeter la bavure sur une surface adéquate, soit là où elle peut être tolérée ou là où elle est facilement ébavurable.

Etape 6 : Ordre des phases

Quelques règles pour définir l'ordre des phases :

- 1) Usiner en phase 10 les surfaces qui permettent la mise en position la plus stable possible pour les phases suivantes.
- 2) En phase 20 et 30, si cela n'a pas encore pu être fait, usiner toutes les surfaces de reprise ultérieur.
- 3) Si une surface A est liée par une spécification à une surface B, usiner d'abord la plus stable pour une meilleure mise en position.
- 4) Reporter au plus tard possible les usinages des surfaces fragiles et précises (filetage, rectification..)
- 5) Eloigner les finitions précises des ébauches ayant dégagées beaucoup de chaleur.

Etape 7 : Choix des surfaces de départ

Le balançage de la pièce doit permettre la meilleure répartition possible de la matière pour l'usinage.

Etape 8 : Mise en position

La mise en position de la pièce doit donner la meilleure stabilité de coupe possible.

On limitera les dispersions de mise en position en se positionnant sur des surfaces de qualité (sur la partie inférieure du moule, il faut éviter la surface par laquelle passe le plan de joint).

Etape 9 : Ablocage

Les appuis de l'ablocage doivent être opposés aux efforts de coupe.

➤ **Particularité de ces étapes lors de l'emploi d'une MOCN :**

Etape 3 : Décision sur la réalisation des surfaces intrinsèques

En contournage, on peut obtenir une qualité de 7,8 sans demi-finition.

Etape 5 : Ordre des opérations

Lorsqu'un outil est en place, il doit faire le maximum d'opérations.

Les perçages sont réalisés sans canon de perçage, on :

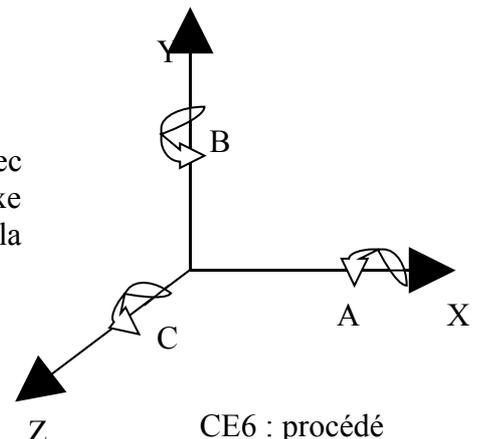
- pointe
- percer avec un foret court ou si le perçage est tel que $l \geq 5d$ alors il faut prévoir un débourrage.

Etape 6 : Ordre des phases

La pièce sera réalisée en un minimum de phases en ayant une prise de pièce astucieuse et en utilisant le plateaux rotatifs et/ou broche indexable sur les centre d'usinage.

Remarque sur les axes machines :

L'axe Z de ce repère est un axe confondu avec celui de la broche de la machine. Le sens positif de cet axe est donné par le sens d'éloignement de l'outil par rapport à la pièce.



La détermination de l'axe X entre les 2 axes restants se fait en identifiant celui qui permet le plus grand déplacement. Le sens positif de X est déterminé par le sens logique d'éloignement de l'outil par rapport à la pièce.

L'axe Y est déterminé à partir de X et Z grâce à la règle du trièdre direct.

On peut aussi définir trois axes de rotations A, B et C qui sont effectuées successivement autour de X, Y et Z.

Axe numérique : c'est un axe contrôlé en vitesse et en position.

½ Axe numérique : c'est un axe contrôlé en position.

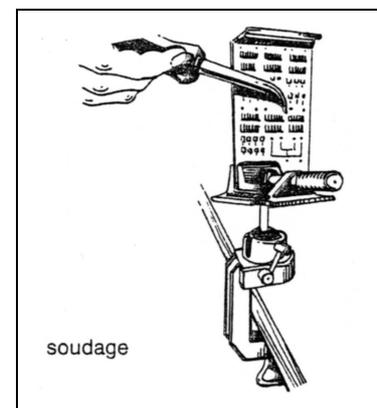
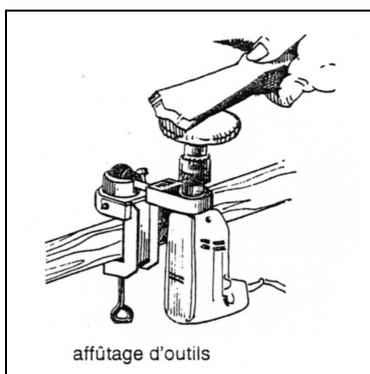
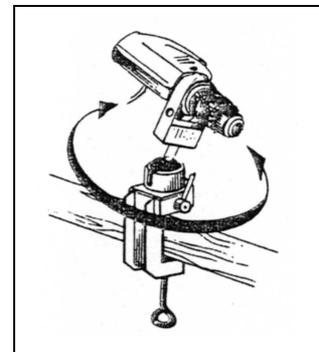
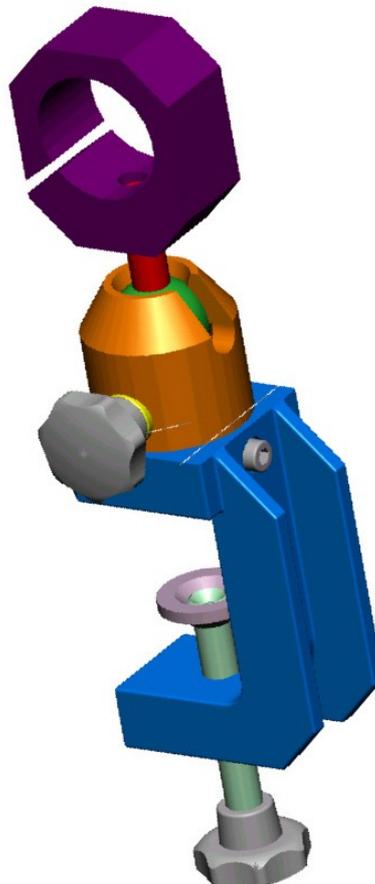
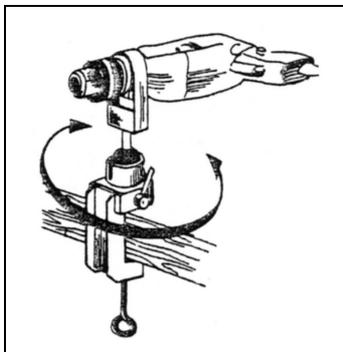
Etape 7 : Choix des surfaces de départ

On peut réaliser au préalable sur des machines conventionnelles des prises de pièces :

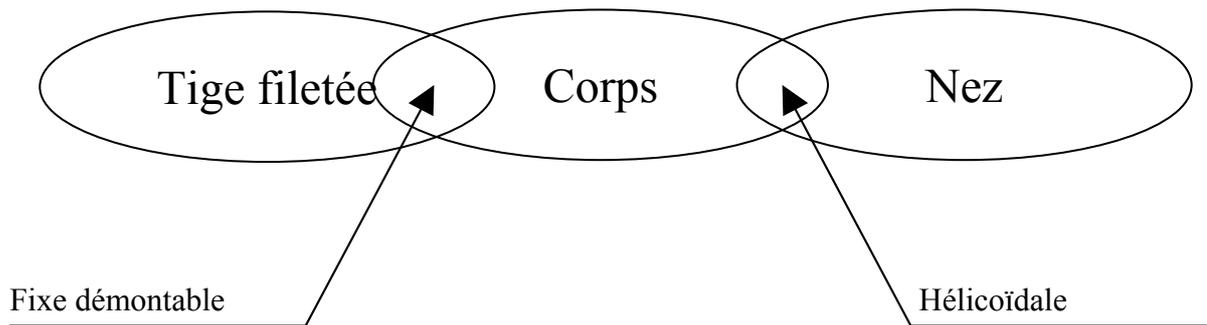
- Cylindrage + dressage pour des pièces destinées à des centres de tournage.
- Surfaçage + alésage pour une orientation (locating) pour les pièces destinées aux centres de fraisage.

e. Exemple d'application : réalisation du corps du support orientable

L'ensemble : support orientable :

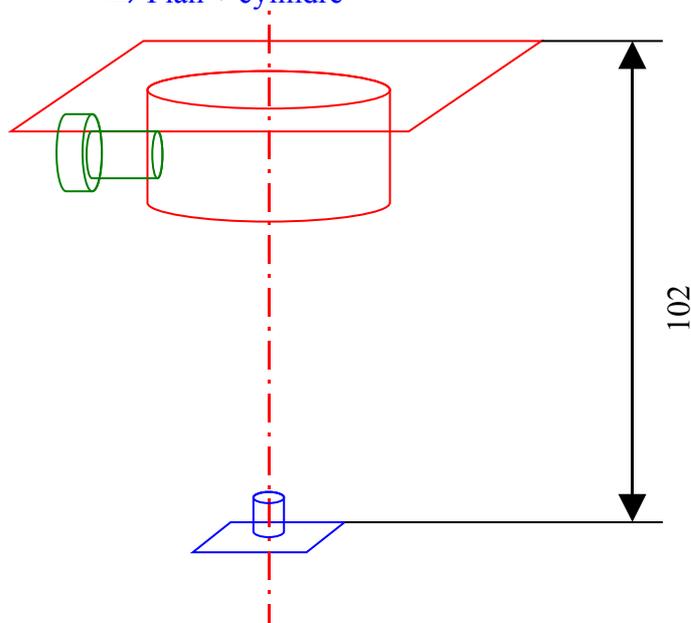


Etape 1 : Etude morphologique de la pièce



Liaison fixe démontable : MIP : plan C et cylindre $\varnothing 43.13 \Rightarrow$ plan + cylindre
 MAP : Cylindre $\varnothing 6.5$ + épaulement \Rightarrow 2 cylindres

Liaison Hélicoïdale : Translation et rotation combinée : M12
 Arrêt translation : plan inférieur (102 par rapport à C)
 \Rightarrow Plan + cylindre



A l'aide de cette analyse, on choisira le plan C comme surface de départ.

Etape 2 : Analyse des spécifications délicates

La spécification la plus délicate est la localisation de 0.1 par rapport à A et C.

Deux solutions :

- On usine les surfaces D et C dans la même phase si on utilise une centre d'usinage 4 axes
- On usine C en phase 20 et D en phase 30 en réalisant un appui plan sur C pour la mise en position.

Etape 3 : Décision sur la réalisation des surfaces intrinsèques

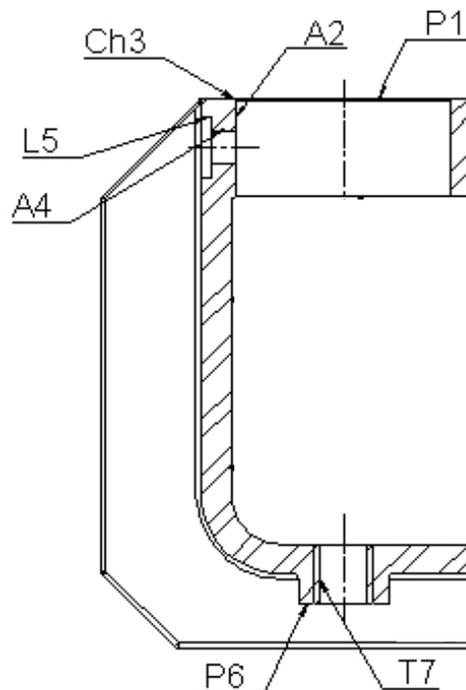
On a décidé de réaliser cette pièce sur un centre d'usinage Horizontale 4 axes.
On pourra réaliser toutes les surfaces dans la même phase.

Etape 4 : Décision sur les groupements d'usinage des surfaces

Groupe 1 : plan C et cylindre $\varnothing 43.13$
Groupe 2 : Cylindre $\varnothing 6.5$ + épaulement
Groupe 3 : Plan inférieur + M12

Etape 5 : Ordre des opérations

- a) Surfacier **P1**
- b) Aléser **A2**
- c) Chanfreiner **C3**
- d) Pointer **T6** et **A4**
- e) Percer **A4**
- f) Lamer **L5**
- g) Surfacier **P6**
- h) Percer **T7**
- i) Tarauder **T7**



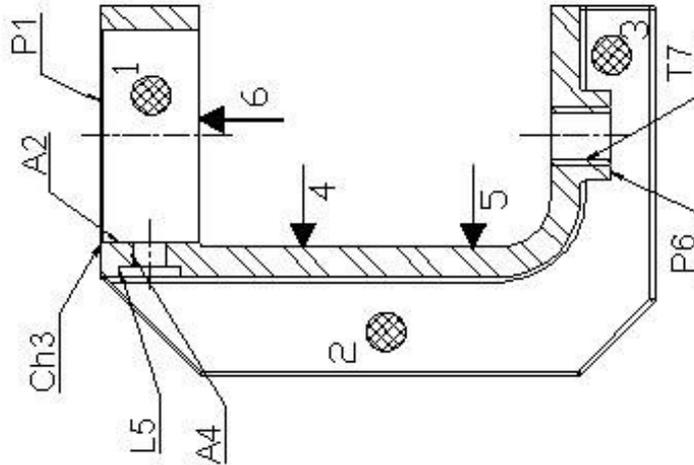
Etape 6 : Ordre des phases

Phase 10 : brut de fonderie
Phase 20 : usinage C300H
Phase 30 : contrôle

Etape 7 : Choix des surfaces de départ

Confirmation du choix effectué en étape 1.

Etape 8 : Mise en position



Etape 9 : Ablocage

Confère contrat de phase.

Les différentes colonnes du contrat de phase :

a. Vitesse de coupe :

C'est l'espace parcouru en mètres par l'extrémité d'une dent de la fraise en une minute. Elle est exprimée en m/min, elle est donnée par des abaques et dépend :

- De l'outil,
- De la matière usinée,
- Du type d'usinage,
- Des conditions de travail.

b. Fréquence de rotation :

V_c permet de calculer la fréquence de rotation

$$n = \frac{1000 V_c}{\pi d}$$

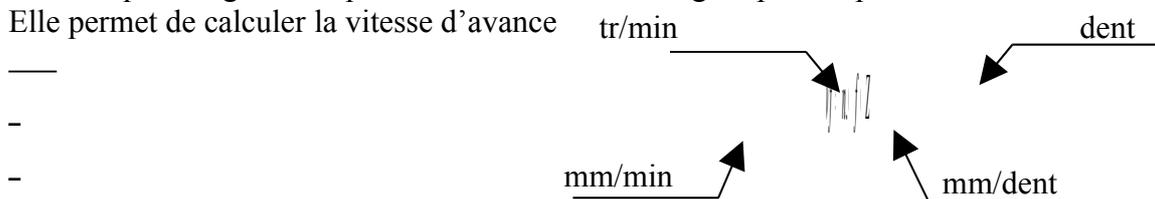
Labels: n (tr/min), V_c (m/min), d (mm)

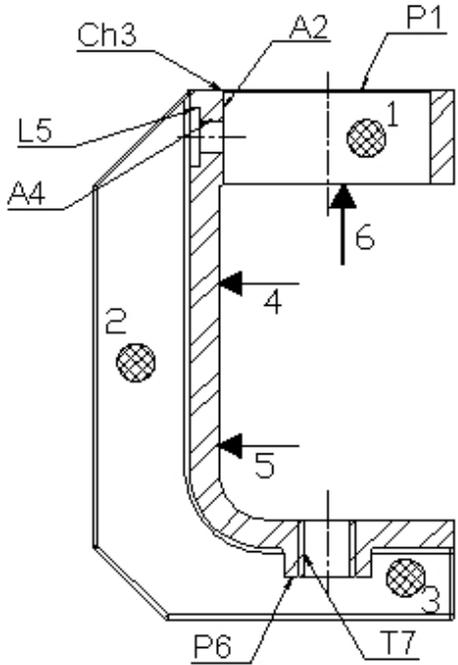
c. Vitesse d'avance

L'avance est exprimée en mm/dent (fraisage), est donnée par des abaques et dépend :

- De l'outil,
- De la matière usinée,
- Du travail (surfaçage, taraudage, alésage....)
- Des qualités géométriques et dimensionnelles exigées pour le pièce.

Elle permet de calculer la vitesse d'avance

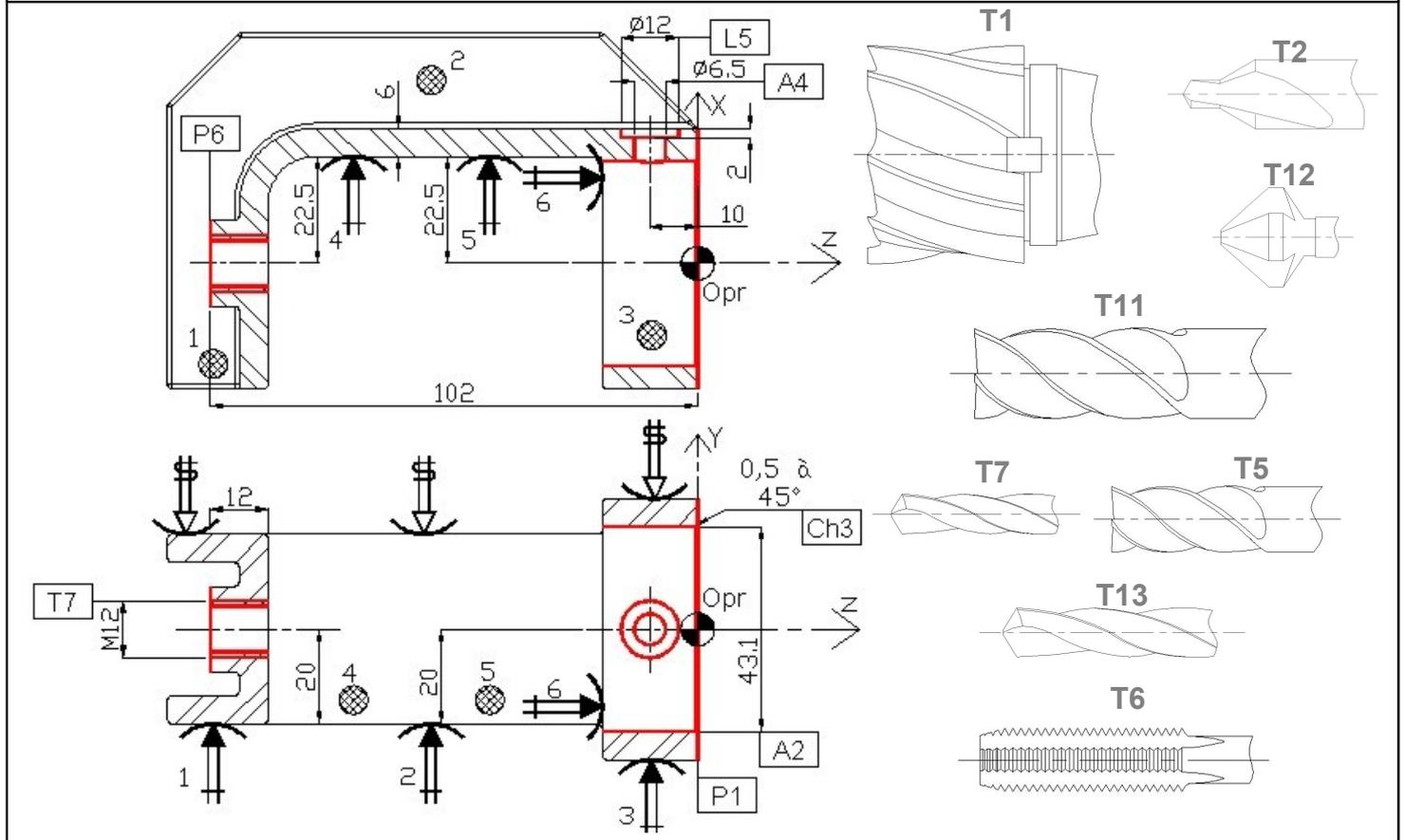


GAMME		Ensemble : Support orientable à rotule		BUREAU DES METHODES
		Pièce : CORPS		
		Matière : A-S10G (d'après NF A 02)		
Phase	Désignation des opérations	Poste de travail	Croquis/Observations	
10	Moulage du brut (procédé de moulage en coquille)	Fonderie		
20	<p style="text-align: center;">FRAISAGE</p> <p>a) Surfacier P1 b) Aléser A2 c) Chanfreiner C3 d) Pointer T6 et A4 e) Percer A4 f) Lamer L5 g) Surfacier P6 h) Percer T7 i) Tarauder T7</p>	C.U. Horizontal à commande numérique (C300H)		
30	Contrôle de la pièce	Poste de contrôle		

CONTRAT DE PHASE PHASE N°20	Ensemble : Support orientable à rotule	BUREAU DES METHODES
	Pièce : CORPS	
	Matière : A-S10G (d'après NF A 02)	
	Programme : %1120	

Désignation : FRAISAGE

Machine outil : C.U.C.N. Horizontal 4 axes



Opérations	Désignation des Opérations	Outillage de coupe	Outil		Eléments de coupe					Eléments passe			Contrôle Vérificateur
			Ø	Correcte lit	Vc m/mi n	N tr/mi n	fz mm/ dt/tr	Z	Vf mm/ min	ae mm	Nb	ap mm	
a	Surfacer P1	Fraise ARS Ø63	T1	D1	80	400	0,05	8	160	1	1	/	Pied à coulisse
b	Aléser A2	Fraise Ø16	T11	D11	60	450	0.1	1	45	1	5	/	Pied à coulisse
c	Chanfreiner Ch3	Fraise à chanfreiner à 90°	T12	D12	60	1900	0.05	3	285	/	1	/	/
d	Pointer A4	Foret à centrer Ø10	T2	D2	60	1900	0,05	2	190	3	1	/	Pied à coulisse
e	Percer A4	Foret Ø6,5	T7	D7	60	2900	0,05	2	290	6	1	/	/
f	Fraiser L5	Fraise à coupe au centre Ø12	T5	D5	60	1600	0,05	3	240	2	1	/	/
g	Fraiser P6	Fraise à coupe au centre Ø12	T5	D5	60	1600	0,05	3	240	2	5	5	Pied à coulisse
h	Pointer T7	Foret à centrer Ø10	T10	D10	60	1900	0,05	2	190	3	1	/	/
i	Percer T7	Foret Ø10,5	T13	D13	60	1800	0,05	2	180	15	1	/	/
j	Tarauder T7	Taraut machine M12	T6	D6	15	400	/	/	/	15	1	/	Tampon fileté M12

III) Mise en position d'une pièce par rapport à une machine

Objectif : Choisir la mise en position d'une pièce pour une sous-phase (phase) d'usinage.

Problème : L'usinage sur machine outil d'une surface élémentaire impose, pour respecter la cotation de fabrication, de :

- Mettre en position la surface par rapport aux éléments porte-pièce.
- Maintenir cette position lorsque s'exercent les diverses sollicitations (efforts de coupe et pesanteur).

h. Mise en position des pièces

Mettre en position une pièce consiste à éliminer un certain nombre de degrés de liberté de cette pièce par rapport à la machine :

- en général 6 lorsqu'on immobilise la pièce
- en tournage 5 car il faut une rotation de la pièce pour l'usinage.

Pour que la position de la pièce par rapport au porte-pièce ne soit pas ambigu, la mise en position doit être isostatique, c'est à dire chaque degrés de liberté doit être éliminé par une seule normale.

Pour permettre de respecter la cotation du bureau d'étude, les surfaces de la pièce supportant les normales de contact doivent être choisies rationnellement.

Représentation : une normale représente un degré de liberté éliminé  

i. Liaisons élémentaires

Ponctuelle : 1 degré de liberté sur une direction éliminé.

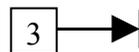
Linéaire rectiligne : 2 degrés de liberté éliminés (1 rotation + 1 translation).

Linéaire annulaire : 2 degrés de liberté éliminés (2 translations).

Appui plan : 3 degrés de liberté éliminés (2 rotations + 1 translation).

Pivot glissant : 4 degrés de liberté éliminés (2 rotations + 2 translations).

Remarque : Il existe sur certains contrat de phase la représentation d'un groupe de normales de repérage de la façon suivante (il n'est pas très recommandé car pas assez clair):



j. Vérification de l'isostaticisme d'une pièce

Pour vérifier si oui ou non, une mise en position est isostatique, on peut procéder de la manière suivante :

- Intuitivement : il faut vérifier que chaque normale de repérage élimine un degré de liberté et un seul.

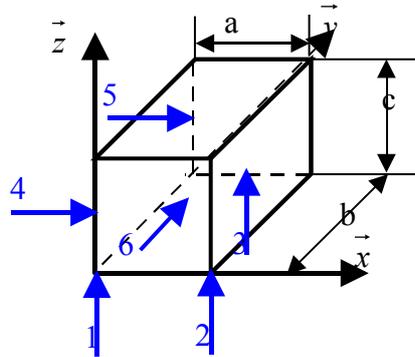
- Analytiquement : il s'agit de vérifier globalement que le torseur de liaison entre pièce et porte-pièce peut-être déterminé de façon unique si toutes les liaisons sont parfaites.

Conditions : il faut qu'à chaque point de contact P_i tel que $\vec{OP}_i = X_i\vec{x} + Y_i\vec{y} + Z_i\vec{z}$ avec une normale de repérage \vec{n}_i , la vitesse en projection sur cette normale soit nulle, c'est à dire qu'il faut vérifier :

$$\boxed{\vec{M}\{T\}_R \bullet \vec{n}_i = 0}$$

k. Applications

Exercice 1 : Mise en position d'un prisme avec un appui plan 1-2-3, une linéaire rectiligne 4-5 et une ponctuelle 6.



On peut décrire ce schéma de la façon suivante :

$P_1(0,0,0)$ avec $\vec{n}_1 = \vec{z}$

$P_2(a,0,0)$ avec $\vec{n}_2 = \vec{z}$

$P_3(\frac{a}{2}, b, 0)$ avec $\vec{n}_3 = \vec{z}$ Avec le torseur de liaison parfaite en O : $\{T\}_O = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{Bmatrix}_O$

$P_4(0,0,\frac{c}{2})$ avec $\vec{n}_4 = \vec{x}$

$P_5(0,b,\frac{c}{2})$ avec $\vec{n}_5 = \vec{x}$

$P_6(\frac{a}{2}, 0, \frac{c}{2})$ avec $\vec{n}_6 = \vec{y}$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où : } \vec{M}\{T\}_R \cdot \vec{n}_1 &= \left[\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = w = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_2} \cdot \vec{n}_2 &= \left[\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = w - a\beta = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_3} \cdot \vec{n}_3 &= \left[\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ \frac{b}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = w - \frac{a\beta}{2} + b\alpha = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_4} \cdot \vec{n}_4 &= \left[\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{c}{2} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = u + \frac{c\beta}{2} = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_5} \cdot \vec{n}_5 &= \left[\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{b}{2} \\ \frac{c}{2} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = u - b\gamma + \frac{c\beta}{2} = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_6} \cdot \vec{n}_6 &= \left[\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ 0 \\ \frac{c}{2} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = v - \frac{c\alpha}{2} + \frac{a\gamma}{2} = 0
 \end{aligned}$$

Conditions pour que la pièce ne bouge pas.

On peut l'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 1 \\ b - \frac{a}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{c}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c}{2} & -b & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{2} & 0 & \frac{a}{2} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

pour que ce système admette une solution unique, il faut que son déterminant A soit non nul.

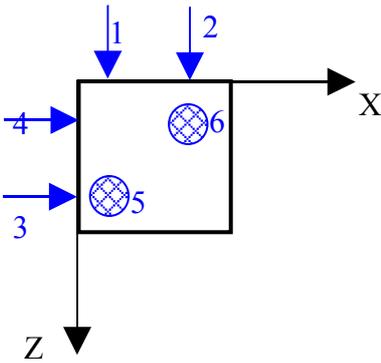
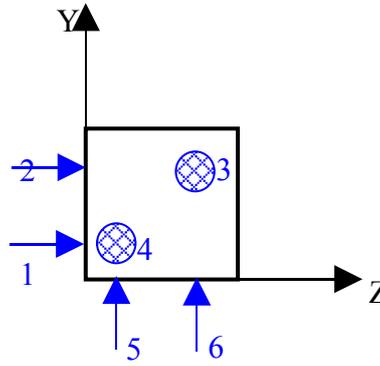
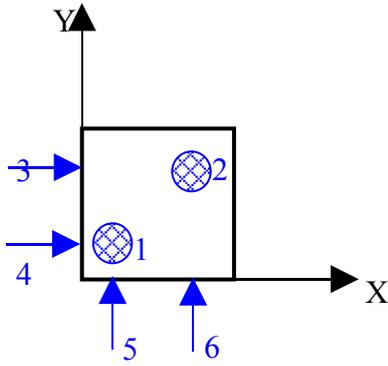
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 1 \\ b - \frac{a}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{c}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c}{2} & -b & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{2} & 0 & \frac{a}{2} & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{7 \times 1} \left[(-1)^{10 \times 1} \left[(-1)^3 \times (-a) \left[(-1)^2 \times b \times b \right] \right] \right] = -ab^2 \neq 0$$

donc $\det A \neq 0$ implique $a \neq 0$ et $b \neq 0$ donc

P_1, P_2 et P_3 non alignés

et P_4 et P_5 non confondus

Exercice 2 : Mise en position d'un cube sur trois liaisons linéaires rectilignes.



Recherchons les conditions sur les coordonnées des normales de repère pour que la liaison définie soit isostatique, pour cela on définit le torseur cinématique entre la pièce et le porte pièce suivant :

$$\{T\}_O = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{Bmatrix}_O$$

- $R(x_1, y_1, 0)$ avec $\vec{n}_1 = \vec{z}$
- $R(x_2, y_2, 0)$ avec $\vec{n}_2 = \vec{z}$
- $R(0, y_3, z_3)$ avec $\vec{n}_3 = \vec{x}$
- $R(0, y_4, z_4)$ avec $\vec{n}_4 = \vec{x}$
- $R(x_5, 0, z_5)$ avec $\vec{n}_5 = \vec{y}$
- $R(x_6, 0, z_6)$ avec $\vec{n}_6 = \vec{y}$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où : } \vec{M}\{T\}_{P_1} \cdot \vec{n}_1 &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = w - x_1\beta + y_1\alpha = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_2} \cdot \vec{n}_2 &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = w - x_2\beta + y_2\alpha = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_3} \cdot \vec{n}_3 &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = u - y_3\gamma + z_3\beta = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_4} \cdot \vec{n}_4 &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = u - y_4\gamma + z_4\beta = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_5} \cdot \vec{n}_5 &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_5 \\ 0 \\ z_5 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = v - z_5\alpha + x_5\gamma = 0 \\
 \vec{M}\{T\}_{P_6} \cdot \vec{n}_6 &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_6 \\ 0 \\ z_6 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = v - z_6\alpha + x_6\gamma = 0
 \end{aligned}$$

Conditions pour que la pièce ne bouge pas.

On peut l'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} y_1 - x_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ y_2 - x_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & z_3 - y_3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & z_4 - y_4 & 1 & 0 & 0 \\ -z_5 & 0 & x_5 & 0 & 1 \\ -z_6 & 0 & x_6 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

pour que ce système admette une solution unique, il faut que son déterminant A soit non nul.

Sachant qu'on ne modifie pas le déterminant A d'une matrice en à une ligne une combinaison d'autres lignes, soustrayons à 2 la ligne 1, à 4 la ligne 3 et à 6 la ligne 5, d'où le déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} y_1 - x_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ y_2 - y_1 - x_1 + x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_3 - y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_4 - z_3 & y_3 - y_4 & 0 & 0 & 0 \\ -z_5 & 0 & x_5 & 0 & 1 & 0 \\ z_5 - z_6 & 0 & x_6 - x_5 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^7 \times 1 \left[(-1)^9 \times 1 \left[(-1)^6 \times 1 \begin{vmatrix} y_2 - y_1 - x_1 + x_2 & 0 \\ 0 & z_4 - z_3 & y_3 - y_4 \\ z_5 - z_6 & 0 & x_6 - x_5 \end{vmatrix} \right] \right]$$

$$\text{D'où } \det A = (y_2 - y_1)(z_4 - z_3)(x_6 - x_5) + (z_6 - z_5)(x_2 - x_1)(y_3 - y_4) \neq 0$$

Soit les 3 vecteurs :

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{P_3P_4} = \begin{pmatrix} 0 \\ y_4 - y_3 \\ z_4 - z_3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{P_5P_6} = \begin{pmatrix} x_6 - x_5 \\ 0 \\ z_5 - z_6 \end{pmatrix} \text{ c'est le symétrique par rapport à } \vec{x}$$

Calculons

$$(\overrightarrow{P_1P_2} \wedge \overrightarrow{P_3P_4}) \cdot \overrightarrow{P_5P_6} = \begin{vmatrix} (y_2 - y_1)(z_4 - z_3) \\ -(x_2 - x_1)(z_4 - z_3) \\ (x_2 - x_1)(y_4 - y_3) \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_6 - x_5 \\ 0 \\ z_5 - z_6 \end{bmatrix} = (y_2 - y_1)(z_4 - z_3)(x_6 - x_5) + (z_6 - z_5)(x_2 - x_1)(y_3 - y_4)$$

Donc pour que ce déterminant soit non nul, il faut que :

- Les points 1 et 2 soient non confondus ainsi que 3 et 4 et aussi 5 et 6
- Les vecteurs $\overrightarrow{P_1P_2}$ et $\overrightarrow{P_3P_4}$ ne soient pas colinéaires
- Le plan $(\overrightarrow{P_1P_2}, \overrightarrow{P_3P_4})$ n'admette pas le vecteur $\overrightarrow{P_5P_6}$.

I Actions mécaniques du porte pièce par rapport à la pièce

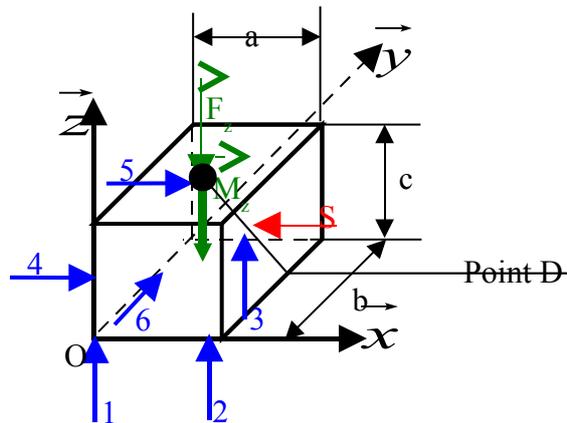
Une première approche consiste à dire que chaque point de contact P_i (point de la modélisation par une normale de repérage) exerce un effort \vec{F}_i dirigé vers la pièce suivant la normale \vec{n}_i .

De la même manière, les efforts de serrage sont modélisés par un torseur de serrage $\{S\}$.

Les actions mécaniques exercées par l'outil sur la pièce sont également modélisées par un torseur $\{U\}$.

Pour déterminer les actions mécaniques, il suffit d'écrire le principe fondamental de la statique appliqué à la pièce usinée : $\{T_{F/P}\}_o = 0$.

Exercice 1 : Calculons les actions mécaniques dans le cas d'un perçage :



$$R(0,0,0) \text{ avec } \vec{m} = \vec{z} \text{ et } \{T_i\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_i & 0 \end{Bmatrix}_R = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_i & 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$R(a,0,0) \text{ avec } \vec{n}_2 = \vec{z} \text{ et } \{T_2\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_2 & 0 \end{Bmatrix}_{P_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0+ & 0 \wedge & 0 \\ F_2 & 0 & 0 & F_2 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -aF_2 \\ F_2 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$R\left(\frac{a}{2}, b, 0\right) \text{ avec } \vec{n}_3 = \vec{z} \text{ et } \{T_3\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_3 & 0 \end{Bmatrix}_{P_3} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & \frac{a}{2} & 0 \\ 0 & 0+ & b \wedge & 0 \\ F_3 & 0 & 0 & F_3 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 0 & bF_3 \\ 0 & -\frac{aF_3}{2} \\ F_3 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$R\left(0, 0, \frac{c}{2}\right) \text{ avec } \vec{n}_4 = \vec{x} \text{ et } \{T_4\} = \begin{Bmatrix} F_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_4} = \begin{Bmatrix} F_4 & 0 & 0 & F_4 \\ 0 & 0+ & 0 \wedge & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c}{2} & 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} F_4 & 0 \\ 0 & \frac{cF_4}{2} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

$$R\left(0, b, \frac{c}{2}\right) \text{ avec } \vec{n}_5 = \vec{x} \text{ et } \{T_5\} = \begin{Bmatrix} F_5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_5} = \begin{Bmatrix} F_5 & 0 & 0 & F_5 \\ 0 & 0+ & b \wedge & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c}{2} & 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} F_5 & 0 \\ 0 & \frac{cF_5}{2} \\ 0 & -bF_5 \end{Bmatrix}_O$$

$$R\left(\frac{a}{2}, 0, \frac{c}{2}\right) \text{ avec } \vec{n}_6 = \vec{y} \text{ et } \{T_6\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_6 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_6} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & \frac{a}{2} & 0 \\ F_6 & 0+ & 0 \wedge & F_6 \\ 0 & 0 & \frac{c}{2} & 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 0 & -\frac{cF_6}{2} \\ F_6 & 0 \\ 0 & \frac{aF_6}{2} \end{Bmatrix}_O$$

$$S\left(a, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}\right) \text{ avec } \vec{n}_S = -\vec{x} \text{ et } \{S\} = \begin{Bmatrix} -S & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_S = \begin{Bmatrix} -S & 0 & a & -S \\ 0 & 0+ & \frac{b}{2} \wedge & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c}{2} & 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -S & 0 \\ 0 & -\frac{cS}{2} \\ 0 & \frac{bS}{2} \end{Bmatrix}_O$$

$$D\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, c\right) \text{ avec } \vec{n}_D = -\vec{z} \text{ et } \{U\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -F_U & -M_U \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & \frac{a}{2} & 0 \\ 0 & 0+ & \frac{b}{2} \wedge & 0 \\ -F_U & -M_U & c & -F_U \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 0 & -\frac{bF_U}{2} \\ 0 & \frac{aF_U}{2} \\ -F_U & -M_U \end{Bmatrix}_O$$

Appliquons le principe fondamental de la statique à la pièce au point O :

$$\{T_{F/P}\}_O = 0 \text{ d'où : } \{T_1\}_O + \{T_2\}_O + \{T_3\}_O + \{T_4\}_O + \{T_5\}_O + \{T_6\}_O + \{S\}_O + \{U\}_O = 0$$

On en déduit les équations suivantes :

- 1) $F_4 + F_5 - S = 0$
- 2) $F_6 = 0$
- 3) $F_1 + F_2 + F_3 - F_U = 0$
- 4) $bF_3 - \frac{cF_6}{2} - \frac{bF_U}{2} = 0$
- 5) $-aF_2 - \frac{aF_3}{2} + \frac{cF_4}{2} + \frac{cF_5}{2} - \frac{cS}{2} + \frac{aF_U}{2} = 0$
- 6) $-bF_5 + \frac{aF_6}{2} + \frac{bS}{2} - M_U = 0$

d'après l'équation 2 : $F_6 = 0$

d'où l'équation 4 donne $F_3 = \frac{F_U}{2}$

d'où l'équation 6 donne $F_5 = \frac{S}{2} - \frac{M_U}{b}$

cette dernière dans 1 donne $F_4 = \frac{S}{2} + \frac{M_U}{b}$

on remplace dans 5 d'où $F_2 = \frac{F_U}{4}$

on remplace dans 3 d'où $F_1 = \frac{F_U}{4}$

Ceci va nous permettre des limitations sur les actions mécaniques de serrage ou d'usinage en imposant des déformations aux appuis et/ou des pressions maximales.

Exemple de pression de déformations (on pourra déterminer l'effort maximum sur chaque appui F):

- Contact Sphère/sphère :

Soit R_1 et R_2 les rayons des deux sphères en contact, on définit un rayon de courbure relatif R tel que : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

On définit un module d'élasticité relatif E tel que : $\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$

Alors la pression maximale de contact est : $P_{\max} = 0.388 \sqrt[3]{\left| \vec{F} \right| \left(\frac{E}{R} \right)^2}$

- Contact Cylindre/cylindre :

Soit r_1 et r_2 les rayons des deux cylindres en contact, on définit un rayon de courbure relatif r tel que : $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$

Soit l la longueur en contact.

On définit un module d'élasticité relatif E tel que : $\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$

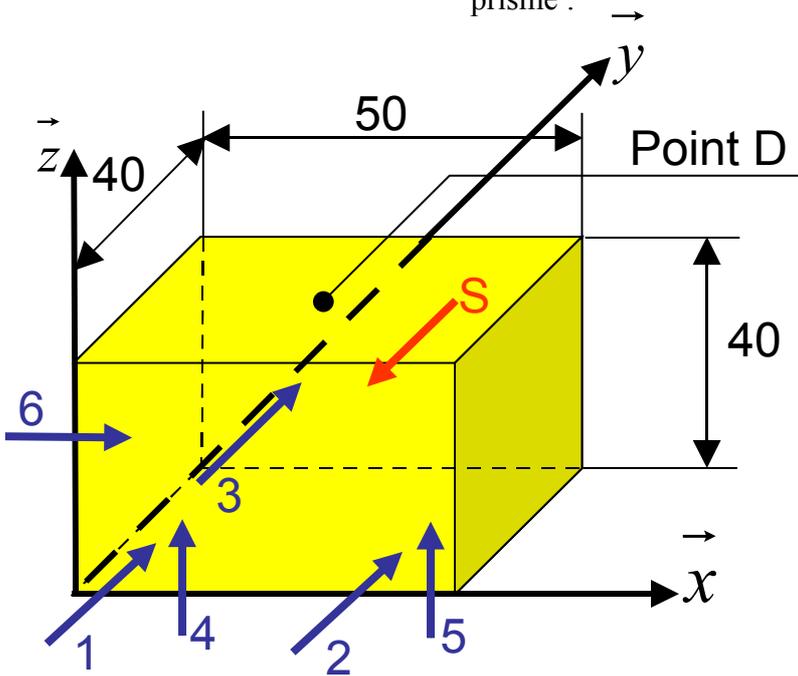
Alors la pression maximale de contact est : $P_{\max} = 0.418 \sqrt{\frac{\left| \vec{F} \right| E}{r.l}}$

Inconvénients du modèle retenu :

On ne tient pas compte des frottements sur les appuis, il faudrait connaître a priori le mouvement supposé de la pièce pour pouvoir mettre en place les composantes tangentielles des efforts aux appuis.

Toutes les liaisons ne sont pas bilatéral, donc on estime que le serrage n'est pas efficace si $F_i < 0$.

Exercice 2 : Calculons les actions mécaniques dans le cas d'un surfaçage d'un prisme :



On suppose que le mouvement possible de la pièce est Tx avec un coefficient de frottement $f=0.1$.

Les coordonnées des normales de repérage, du point de serrage et de l'effort de coupe sont connues ainsi que le torseur d'effort de coupe

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} 1500 & 0 \\ -2500 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_D$$

On veut :

- Que le point P_6 reste chargé.
- Qu'il y ait un léger matage aux appuis : $P \leq 150\text{Mpa}$.

$$P_1(10,0,5) \text{ avec } \vec{n}_1 = \vec{y} \text{ et } \{T_1\} = \begin{Bmatrix} -fF_1 & 0 \\ F_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_1} = \begin{Bmatrix} -fF_1 & 0 & 10 \\ F_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{Bmatrix}_O \wedge \begin{Bmatrix} -fF_1 \\ F_1 \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -fF_1 & -5F_1 \\ F_1 & -5fF_1 \\ 0 & 10F_1 \end{Bmatrix}_O$$

$$P_2(40,0,5) \text{ avec } \vec{n}_2 = \vec{y} \text{ et } \{T_2\} = \begin{Bmatrix} -fF_2 & 0 \\ F_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_2} = \begin{Bmatrix} -fF_2 & 0 & 40 \\ F_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{Bmatrix}_O \wedge \begin{Bmatrix} -fF_2 \\ F_2 \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -fF_2 & -5F_2 \\ F_2 & -5fF_2 \\ 0 & 40F_2 \end{Bmatrix}_O$$

$$P_3(25,0,30) \text{ avec } \vec{n}_3 = \vec{y} \text{ et } \{T_3\} = \begin{Bmatrix} -fF_3 & 0 \\ F_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_3} = \begin{Bmatrix} -fF_3 & 0 & 25 \\ F_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{Bmatrix}_O \wedge \begin{Bmatrix} -fF_3 \\ F_3 \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -fF_3 & -30F_3 \\ F_3 & -30fF_3 \\ 0 & 25F_3 \end{Bmatrix}_O$$

$$P_4(10,20,0) \text{ avec } \vec{n}_4 = \vec{z} \text{ et } \{T_4\} = \begin{Bmatrix} -fF_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_4 & 0 \end{Bmatrix}_{P_4} = \begin{Bmatrix} -fF_4 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 20 \\ F_4 & 0 & 0 \end{Bmatrix}_O \wedge \begin{Bmatrix} -fF_4 \\ 0 \\ F_4 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -fF_4 & 20F_4 \\ 0 & -10F_4 \\ F_4 & 20fF_4 \end{Bmatrix}_O$$

$$P_5(40,20,0) \text{ avec } \vec{n}_5 = \vec{z} \text{ et } \{T_5\} = \begin{Bmatrix} -fF_5 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_5 & 0 \end{Bmatrix}_{P_5} = \begin{Bmatrix} -fF_5 & 0 & 40 \\ 0 & 0 & 20 \\ F_5 & 0 & 0 \end{Bmatrix}_O \wedge \begin{Bmatrix} -fF_5 \\ 0 \\ F_5 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -fF_5 & 20F_5 \\ 0 & -40F_5 \\ F_5 & 20fF_5 \end{Bmatrix}_O$$

$$P_6(0,20,15) \text{ avec } \vec{n}_6 = \vec{x} \text{ et } \{T_6\} = \begin{Bmatrix} F_6 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P_6} = \begin{Bmatrix} F_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 15 \end{Bmatrix}_O \wedge \begin{Bmatrix} F_6 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} F_6 & 0 \\ 0 & 15F_6 \\ 0 & -20F_6 \end{Bmatrix}_O$$

$$S(25,40,15) \text{ avec } \vec{n}_S = -\vec{y} \text{ et } \{S\} = \begin{Bmatrix} -fS & 0 \\ -S & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_S = \begin{Bmatrix} -fS & 0 & 25 \\ -S & 0 & 40 \\ 0 & 0 & 15 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -fS \\ -S \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} -fS & 15S \\ -S & -15fS \\ 0 & 40fS - 25S \end{Bmatrix}_O$$

$$D(25,20,40) \text{ avec } \vec{n}_D = -\vec{z} \text{ et } \{U\} = \begin{Bmatrix} 1500 & 0 \\ -2500 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} 1500 & 0 & 25 \\ -2500 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 40 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1500 \\ -2500 \\ 0 \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 1500 & 100000 \\ -2500 & 60000 \\ 0 & -92500 \end{Bmatrix}_O$$

Appliquons le principe fondamental de la statique à la pièce au point O :

$$\{T_{F/P}\}_O = 0 \text{ d'où : } \{T_1\}_O + \{T_2\}_O + \{T_3\}_O + \{T_4\}_O + \{T_5\}_O + \{T_6\}_O + \{S\}_O + \{U\}_O = 0$$

On trouve les 6 équations suivantes :

- 1) $-fF_1 - fF_2 - fF_3 - fF_4 - fF_5 + F_6 - fS + 1500 = 0$
- 2) $F_1 + F_2 + F_3 - S - 2500 = 0$
- 3) $F_4 + F_5 = 0$
- 4) $-5F_1 - 5F_2 - 30F_3 + 20F_4 + 20F_5 + 15S + 100000 = 0$
- 5) $5(fF_1 + fF_2) + 30fF_3 + 10F_4 + 40F_5 - 15F_6 + 15fS - 60000 = 0$
- 6) $10F_1 + 40F_2 + 25F_3 + 20F_4 + 20F_5 - 20F_6 + (40f - 25)S - 92500 = 0$

d'après 2 : $F_1 + F_2 + F_3 = S + 2500$ et d'après 3 $F_4 + F_5 = 0$

d'en 1 : $-f(S + 2500) + F_6 - fS + 1500 = 0$

donc $F_6 = 2500f + 2fS - 1500$ or on veut que le point P_6 reste chargé donc $F_6 \geq 0$

d'où $2500f + 2fS - 1500 \geq 0$ donc $S \geq \frac{1500 - 2500 \cdot 0.1}{2 \cdot 0.1} = 6250 \text{ N}$

Pour résoudre le système on se place dans le cas limite $S = 6250 \text{ N}$ et $F_6 = 0 \text{ N}$

D'où le système sera le suivant :

- 2) devient $F_1 + F_2 + F_3 = 8750$
- 3) reste $F_4 + F_5 = 0$
- 5) devient $0.5F_1 + 0.5F_2 + 3F_3 + 10F_4 + 40F_5 = 50625$
- 4) devient $-5F_1 - 5F_2 - 30F_3 = -193750$
- 6) devient $10F_1 + 40F_2 + 25F_3 = 223750$

Ecrivons le système sous forme de matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 3 & 10 & 40 \\ -5 & -5 & -30 & 0 & 0 \\ 10 & 40 & 25 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8750 \\ 0 \\ 50625 \\ -193750 \\ 223750 \end{pmatrix}$$

Calculons le déterminant de cette matrice :

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 3 & 10 & 40 \\ -5 & -5 & -30 & 0 & 0 \\ 10 & 40 & 25 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^7 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 3 & 10 \\ -5 & -5 & -30 & 0 \\ 10 & 40 & 25 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^8 \cdot 40 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & -5 & -30 & 0 \\ 10 & 40 & 25 & 0 \end{vmatrix} \\
 & = (-1)(-1)^6 \cdot 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -5 & -5 & -30 \\ 10 & 40 & 25 \end{vmatrix} + 40 \cdot (-1)^6 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -5 & -5 & -30 \\ 10 & 40 & 25 \end{vmatrix} \\
 & = 30 \cdot \left[(-1)^2 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -30 \\ 40 & 25 \end{vmatrix} + (-1)^3 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -30 \\ 10 & 25 \end{vmatrix} + (-1)^4 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -5 \\ 10 & 40 \end{vmatrix} \right] \\
 & = 30 \cdot [1075 - 175 - 150] = 22500 = \det A
 \end{aligned}$$

Pour résoudre le système il suffit de calculer le déterminant de F_1 en remplaçant la colonne 1 par les valeurs de la colonne résultat :

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 8750 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 50625 & 0.5 & 3 & 10 & 40 \\ -193750 & -5 & -30 & 0 & 0 \\ 223750 & 40 & 25 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 & = (-1)^7 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 8750 & 1 & 1 & 0 \\ 50625 & 0.5 & 3 & 10 \\ -193750 & -5 & -30 & 0 \\ 223750 & 40 & 25 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^8 \cdot 40 \cdot \begin{vmatrix} 8750 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -193750 & -5 & -30 & 0 \\ 223750 & 40 & 25 & 0 \end{vmatrix} \\
 & = (-1)(-1)^6 \cdot 10 \cdot \begin{vmatrix} 8750 & 1 & 1 \\ -193750 & -5 & -30 \\ 223750 & 40 & 25 \end{vmatrix} + 40 \cdot (-1)^6 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 8750 & 1 & 1 \\ -193750 & -5 & -30 \\ 223750 & 40 & 25 \end{vmatrix} \\
 & = 30 \cdot \left[(-1)^2 \cdot 8750 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -30 \\ 40 & 25 \end{vmatrix} + (-1)^3 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -193750 & -30 \\ 223750 & 25 \end{vmatrix} + (-1)^4 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -193750 & -5 \\ 223750 & 40 \end{vmatrix} \right] \\
 & = 30 \cdot [9406250 - 1868750 - 6631250] = 27187500 = \det F_1.
 \end{aligned}$$

$$D'où F_i = \frac{\det F_i}{\det A} = \frac{27187500}{22500} = 1208N$$

$$\det F_2 = \begin{vmatrix} 1 & 8750 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.5 & 50625 & 3 & 10 & 40 \\ -5 & -193750 & -30 & 0 & 0 \\ 10 & 223750 & 25 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 34687500$$

$$D'où F_2 = \frac{\det F_2}{\det A} = \frac{34687500}{22500} = 1542N$$

$$\det F_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 8750 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 50625 & 10 & 40 \\ -5 & -5 & -193750 & 0 & 0 \\ 10 & 40 & 223750 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 13500000$$

$$d'où F_3 = \frac{\det F_3}{\det A} = \frac{135000000}{22500} = 6000N$$

$$\det F_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 8750 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 3 & 50650 & 40 \\ -5 & -5 & -30 & -193750 & 0 \\ 10 & 40 & 25 & 223750 & 0 \end{vmatrix} = -23456250$$

$$d'où F_4 = \frac{\det F_4}{\det A} = \frac{-23456250}{22500} = -1042N$$

$$\det F_5 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 8750 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 3 & 10 & 50650 \\ -5 & -5 & -30 & 0 & -193750 \\ 10 & 40 & 25 & 0 & 223750 \end{vmatrix} = 23456250$$

$$d'où F_5 = \frac{\det F_5}{\det A} = \frac{23456250}{22500} = 1042N$$

Récapitulons :

$$\begin{aligned} F_1 &= 1208N & F_2 &= 1542N & F_3 &= 6000N \\ F_4 &= -1042N & F_5 &= 1042N & F_6 &= 0N \\ S &= 6250N \end{aligned}$$

On se rend compte que le point 4 n'est pas chargé. Réellement, il y a un mouvement de pivotement autour de l'axe x, or nous avons supposé que le seul mouvement possible était une translation suivant l'axe y. Cette hypothèse est à remettre en cause. Par conséquent, il faudrait considérer que les efforts dus aux frottements porte-pièce/pièce sont de la forme :

Composante de l'effort	\vec{x}	\vec{y}	\vec{z}
Point 1			
2			
3			
4			
5			
6			
S			

Sachant que la pièce tourne suivant l'axe y, nous allons nous intéresser au défaut de perpendicularité en le plan 1-2-3 et le plan usiné.

Soit $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6$ et ξ_s les déformations aux appuis, nous supposons que $\xi_4, \xi_5, \xi_6 = 0$ car ils n'influent pas sur la qualité de la surface que l'on veut obtenir.

Pour évaluer le défaut de mise en position, on utilise le torseur des petits déplacements : $\{T_D\} = \begin{Bmatrix} \vec{s} \\ \vec{M} \end{Bmatrix}$.

\vec{s} est la résultante qui caractérise l'orientation d'une base attachée à un solide par rapport au repère initial. Cette caractérisation se fait à l'aide de 3 angles α , β , et γ de rotations par rapport à \vec{x} , \vec{y} et \vec{z}

