



# PLAN DU COURS

1. Introduction.
2. Démarche de prédétermination d'un train.
3. Étude cinématique.
4. Condition géométriques de montage
5. Action sur les dentures

# 1. Introduction

## INTRODUCTION - DEFINITIONS

Un train épicycloïdal est un agencement particulier de roues dentées.

Il se compose de trois éléments principaux guidés par rapport au carter :

- 1 planétaire A qui peuvent être à denture externe (planétaire central)
- 1 planétaire B ou à denture interne (couronne).
- 1 porte-satellites U.

Ces trois éléments peuvent, selon l'application :

- être fixés (liaison encastrement) ou en mobilité relative (liaison pivot) par rapport au carter.

- jouer indifféremment le rôle

- \* d'organe moteur

- \* d'organe récepteur

- \* d'organe dit "de réaction" (asservi à une sollicitation externe).

C'est cette diversité fonctionnelle qui confère aux trains épicycloïdaux leurs particularités les plus intéressantes.

Sur le porte-satellites U sont fixés les axes-guides des pignons (satellites) qui assurent la liaison entre les planétaires.

# 1. Introduction

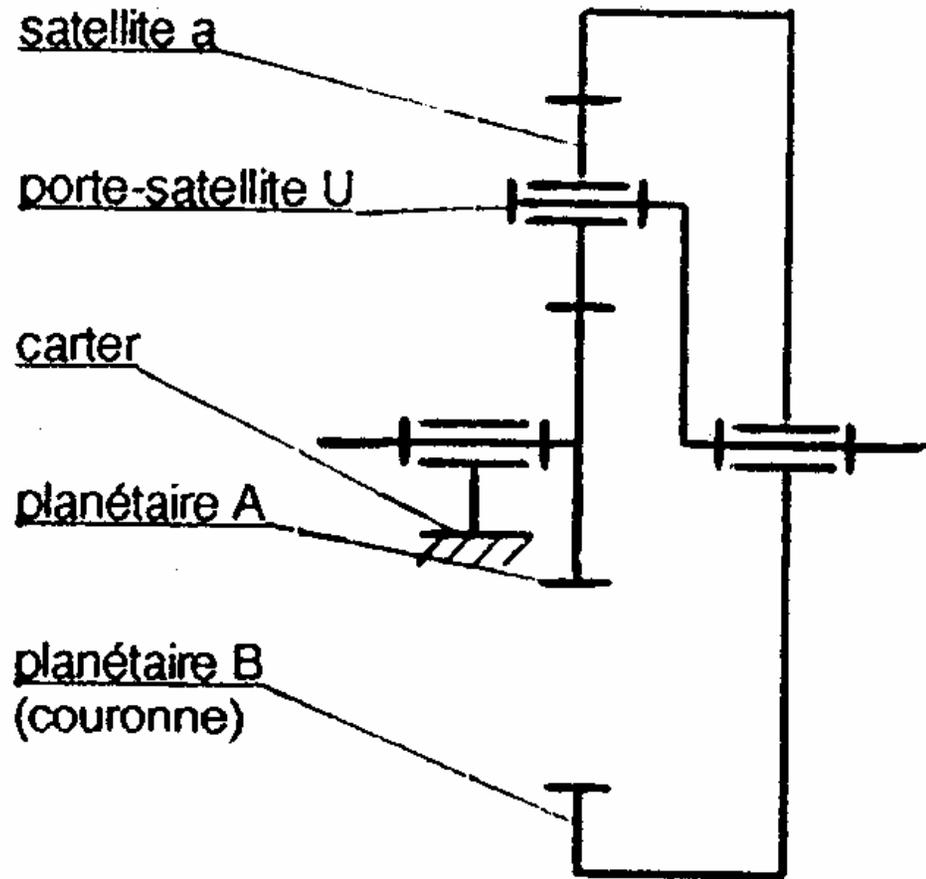
4 configurations possibles:

1. Train épicycloïdal plan avec :

$\omega_A$

$\omega_B$

$\omega_U$



# 1. Introduction

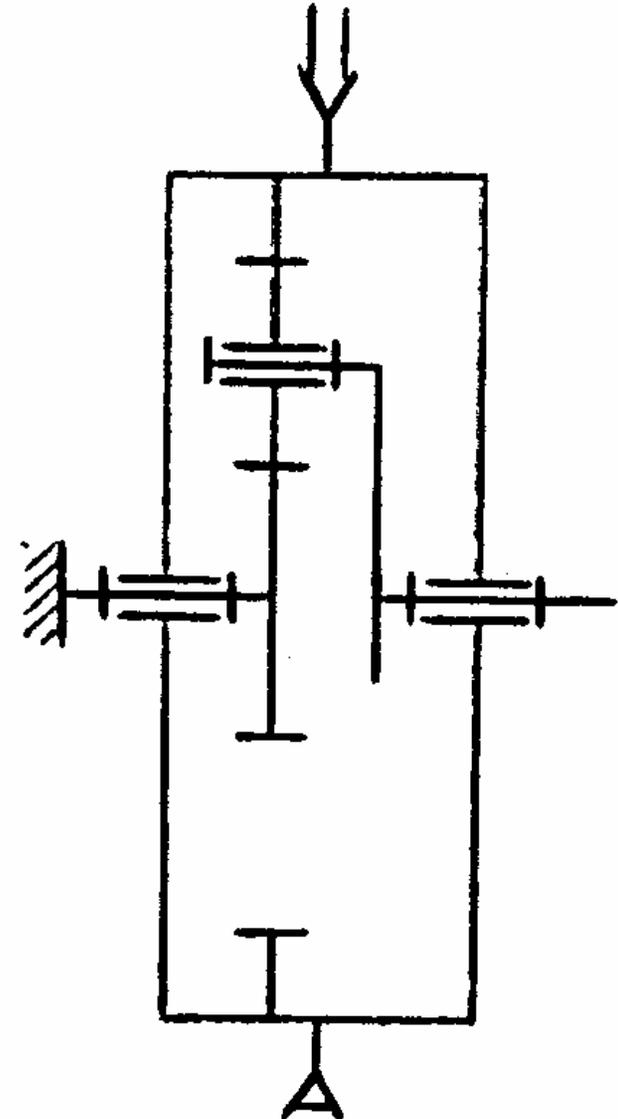
4 configurations possibles:

2. Train épicycloïdal plan avec :

$$\omega_A = 0$$

$$\omega_B$$

$$\omega_U$$



# 1. Introduction

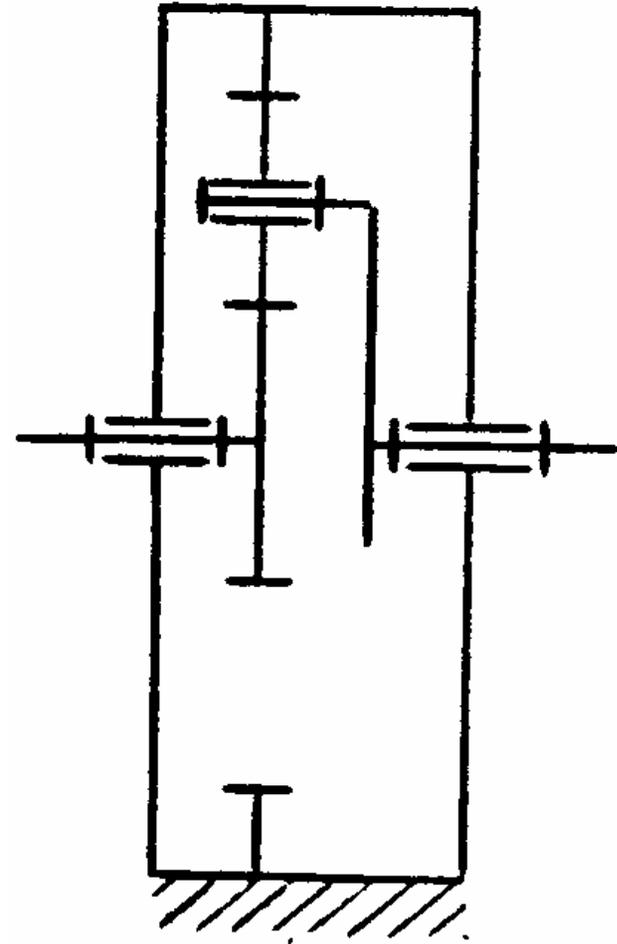
4 configurations possibles:

3. Train épicycloïdal plan avec :

$$\omega_A$$

$$\omega_B=0$$

$$\omega_U$$





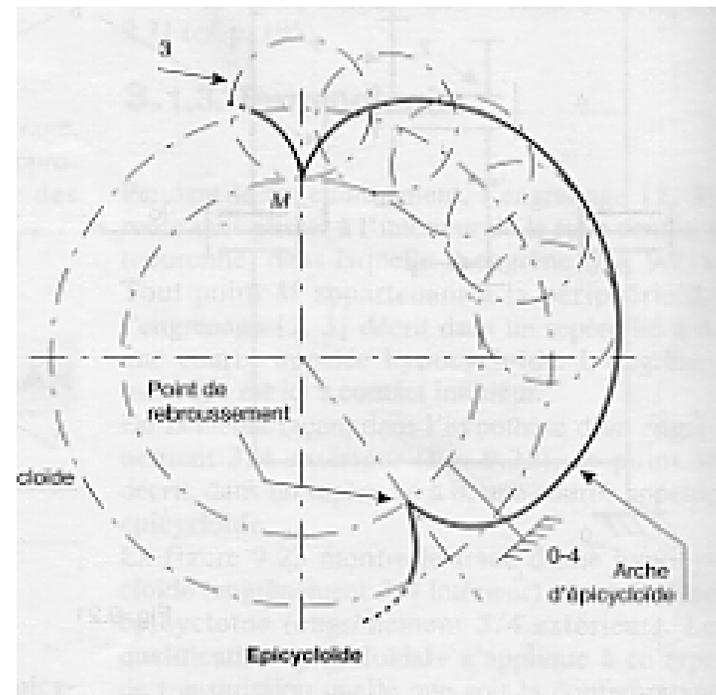
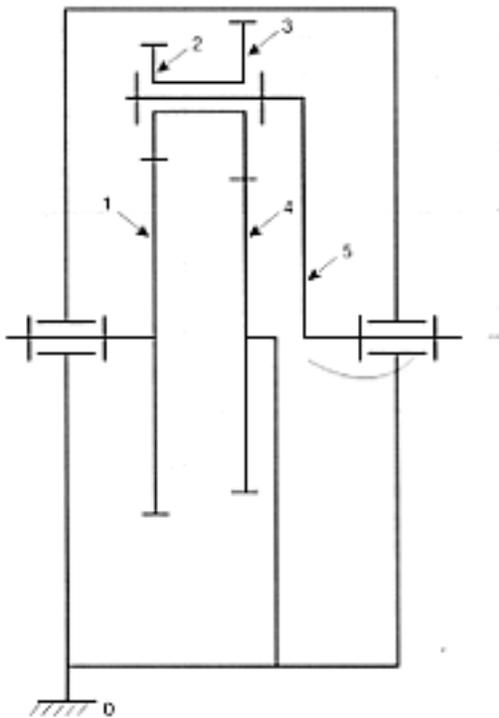
# 1. Introduction

## Définitions

Si toutes les roues sont cylindriques (axes parallèles) le train est **épicycloïdal plan**.

Si le train comporte des roues coniques (axes concourants) il est **épicycloïdal sphérique**

Le nom de "train épicycloïdal" rappelle que chacun des points d'un satellite (hormis son centre) décrit, dans l'espace, une courbe épicycloïdale.



# 1. Introduction

## Particularités :

- Grands rapports possibles dans un encombrement et avec un nombre d'engrenages réduit par rapport aux trains parallèles ordinaires.
- Polyvalence des composants, doublée d'une simplicité de la commande.  
ex.: poulies à réduction intégrée ; boîtes de vitesses automobiles.
- possibilité de réaliser, dans certaines configurations, des sommes ou des différences de vitesses angulaires.  
ex.: différentiel.
- dans certains cas, peuvent assurer intrinsèquement une fonction "anti-retour".  
ex.: application aux engins de levage.

## 2. Démarche de prédétermination

La méthodologie de prédétermination d'un train épicycloïdal doit impérativement tenir compte, outre les aspects mécaniques, des contraintes géométriques induites par les différentes configurations.

Doivent être envisagées successivement :

- **Une étude cinématique**
- **Les conditions géométriques de montage**
- **La cohérence des entraxes**
- **L'évaluation des actions sur les dentures**

# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.1 Relation générale de WILLIS:

### Notations

$\omega$  : vitesse angulaire absolue d'un élément

$\omega'$  : vitesse angulaire relative des satellites par rapport à U

Z : nombre de dents d'une roue

indices A, B, C, U... | repérage des éléments

1,2,3,...

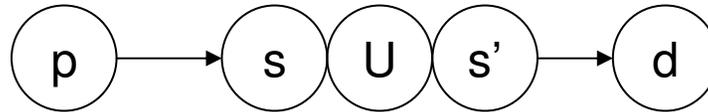
- p désigne la 1 ère roue, dans le sens de lecture choisi, de la chaîne cinémat.
- d désigne la dernière roue dans ce même sens
- m relatif à l'organe "moteur"
- r relatif à l'organe "récepteur"
- R relatif à l'organe "de réaction".

# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.2 Raison basique du train épicycloïdal

Par définition: on appelle raison basique du train le rapport suivant:

$$k = \frac{\omega_d - \omega_U}{\omega_p - \omega_U}$$



k peut être positives ou négative, les vitesses sont prises algébriquement.

On montre que k peut s'exprimer en fonction des diamètres des roues:

$$k = (-1)^n \cdot \frac{d_M}{d_m}$$

Avec

M: menantes

m: menées.

$$k = (-1)^n \cdot \frac{Z_M}{Z_m}$$

CE2-REMITA

# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.3 5 formule de Ravignaux

La formule de Willis peut s'écrire aussi:  $k.\omega_p - \omega_d + (1-k).\omega_U = 0$

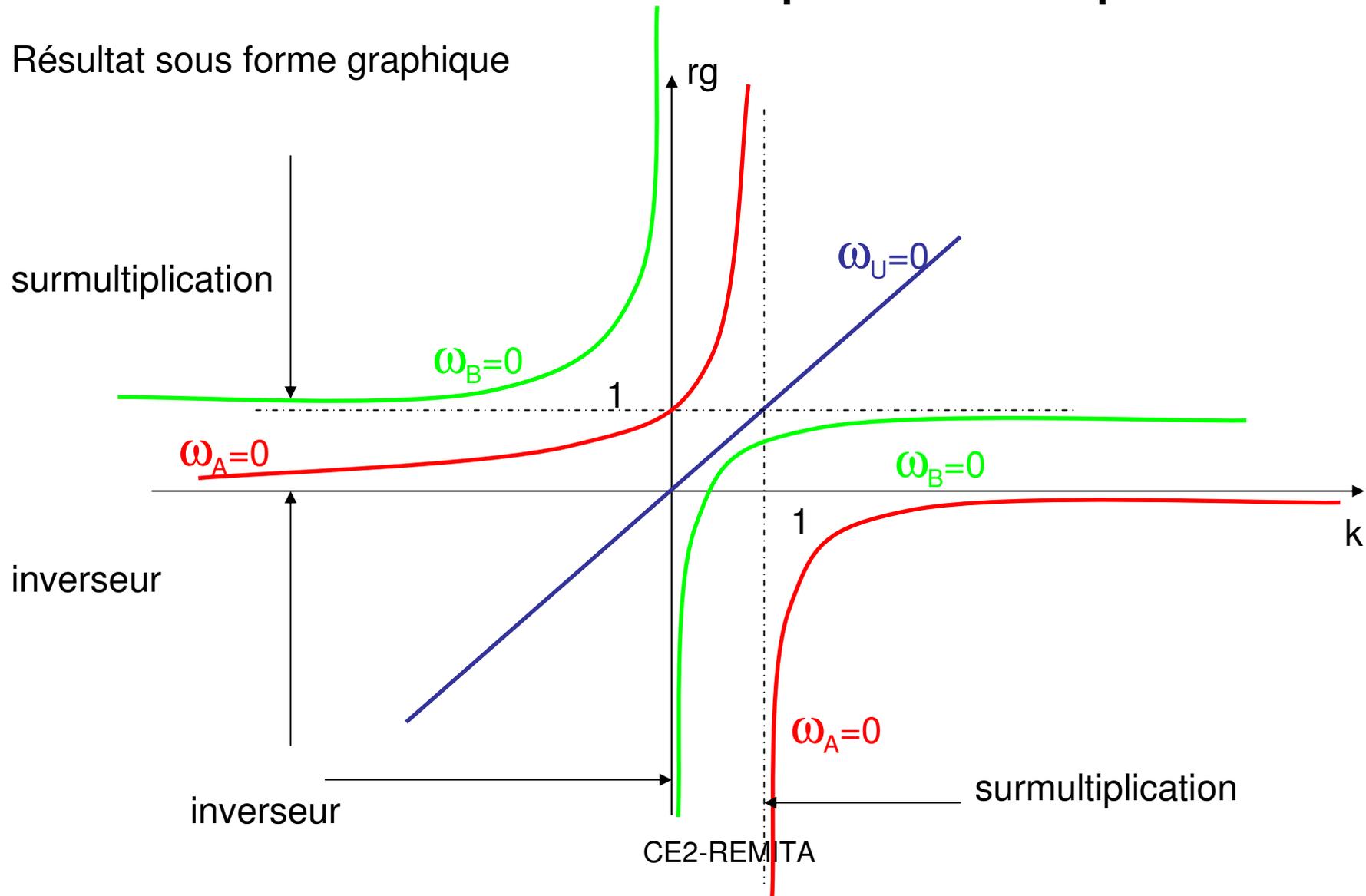
Cette relation montre que le train épicycloïdal est un dispositif à 2 degrés de liberté. La connaissance de 2 fréquences angulaires permettent la détermination de l'autre.

Plusieurs cas peuvent se présenter:

	Entrée p sur	Sortie d sur	Raison globale $rg = \omega_d / \omega_p$
$\omega_U = 0$	A	B	$rg = \omega_B / \omega_A = k$
$\omega_B = 0$	U	A	$rg = \omega_A / \omega_U = (k-1)/k$
$\omega_A = 0$	B	U	$rg = \omega_U / \omega_B = 1/(1-k)$

# 3. Etude cinématique trains plans

Résultat sous forme graphique



CE2-REMITA

# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.3 4 types de trains plans simples

Un **train épicycloïdal plan simple** correspond à la combinaison élémentaire d'engrenages permettant d'obtenir, à partir de trois éléments (2 planétaires et un satellite), une liaison coaxiale réductrice (ou multiplicatrice) entre deux arbres.

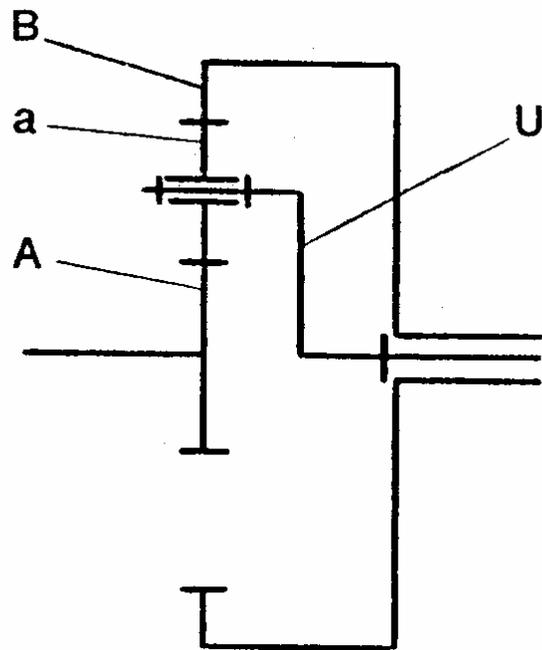
Un **train plan composé** résulte:

- soit de l'introduction de roues supplémentaires dans la configuration de base,
- soit de l'association plus ou moins complexe d'au moins deux trains simples.

Il existe 4 types de trains plans simples : Type I, Type II, type III et Type IV

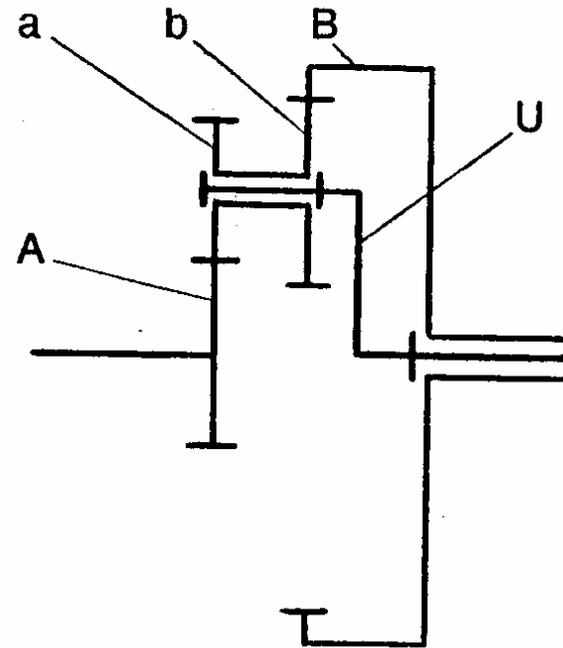
# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.3 4 types de trains plans simples



type 1

$$k = -\frac{Z_A}{Z_B}$$

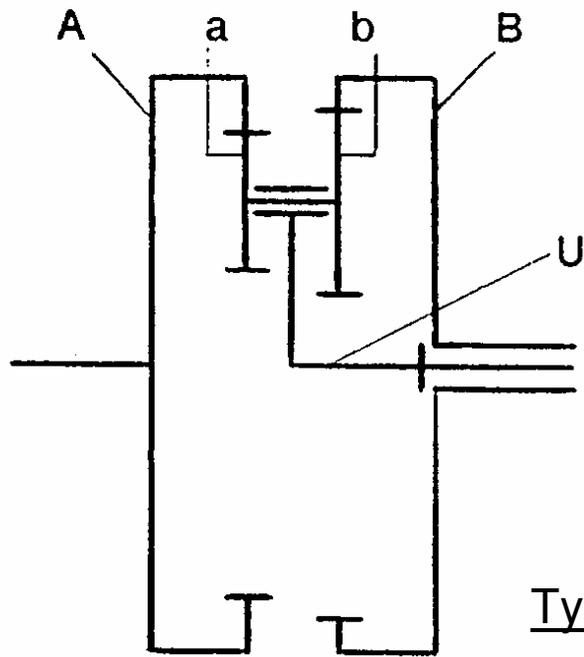


type 2

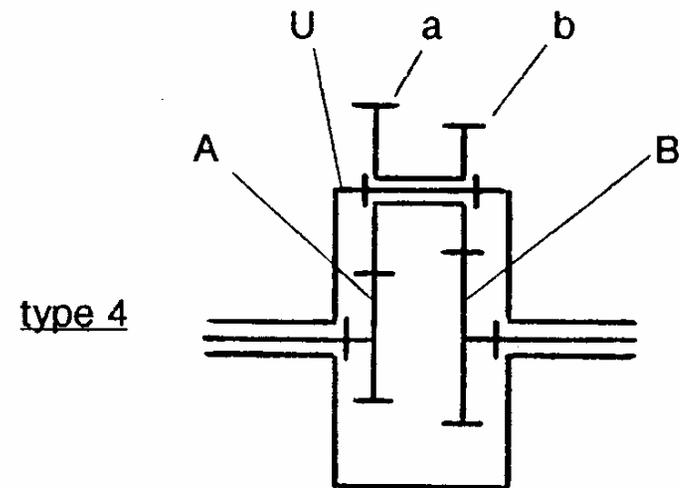
$$k = -\frac{Z_A \cdot Z_b}{Z_a \cdot Z_B}$$

# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.3 4 types de trains plans simples



$$k = + \frac{Z_A \cdot Z_b}{Z_a \cdot Z_B}$$



A ; B : planétaires  
 a ; b : satellites  
 U : porte-satellites

$$k = + \frac{Z_A \cdot Z_b}{Z_a \cdot Z_B}$$

# 3. Etude cinématique trains plans

## 3.3 4 types de trains plans simples

### Remarques:

Dans la pratique le train comporte  $q (>1)$  satellites :

- diminution des efforts sur les dentures (répartition de la puissance)

Dans tous les cas des précautions sont à prendre quant à la conception :

- tolérancements particuliers
- montages flottants
- satellites équidistants
- conditions géométriques d'entaxes.

type	1 et 2	3 et 4
Rapports possibles	limités par les dimensions des satellites et du planétaire A ( $A \sim B/2$ à 3). rg entre 8 et 12. Possibilité de série.	Très grands rapports possibles.
rendement	Excellent	Peut être faible!

# 4. Conditions géométriques de montage

## 4.1 Nombre de satellites

Soit  $q$  le nombre de satellites angulairement équidistants.

Type 1:

Vérifiez que:

$Z_A + Z_B = \text{multiple de } q$

Type 2:

Vérifier que:  $Z_A \cdot Z_b + Z_a \cdot Z_B = \text{multiple de } q$  avec:  $Z_a$  ou  $Z_b$  non M de  $q$

Si possible  $Z_A$  et  $Z_a$ , d'une part et  $Z_B$  et  $Z_b$  d'autre part premier entre eux.

Méthode simple:  $Z_a = Z_b$ .

Type 3 et 4:

Vérifiez que  $\text{Abs}(Z_A \cdot Z_b - Z_a \cdot Z_B) = \text{multiple de } q$  avec:  $Z_a$  ou  $Z_b$  non M de  $q$

# 4. Conditions géométriques de montage

## 4.2 Cohérence des entraxes

DENTURE NORMALE			
Type	Planétaire	Couronne	Condition d'entraxe
1	A	B	$z_B - z_A = 2 z_a$
2	A	B	$m_{h1} \cdot (z_A + z_a) / \cos \beta_1 = m_{h2} \cdot (z_B - z_b) / \cos \beta_2 \quad (*)$
3		A et B	$m_{h1} \cdot (z_A - z_a) / \cos \beta_1 = m_{h2} \cdot (z_B - z_b) / \cos \beta_2 \quad (*)$
4	A et B		$m_{h1} \cdot (z_A + z_a) / \cos \beta_1 = m_{h2} \cdot (z_B + z_b) / \cos \beta_2 \quad (*)$

# 5. Action sur les dentures

## 5.1 Remarque préliminaire

Dans la partie qui suit, les pertes par frottement sont négligées.

Ceci n'est valable que pour les trains de types 1 et 2 dont le rendement global est toujours excellent.

Pour les trains de types 3 et 4, se reporter à l'étude générale

## 5.2 Cas particulier : trains 1 et 2 avec $\eta = 1$

Système étudié : ensemble du train ; poids négligé

Actions extérieures :

- moment  $M_A$  sur le planétaire A, de vitesse angulaire  $\omega_A$
- moment  $M_B$  sur la couronne B, de vitesse angulaire  $\omega_B$
- moment  $M_U$  sur le porte-satellites U, de vitesse angulaire  $\omega_U$

Les moments sont des quantités algébriques.

Par convention le moment moteur est compté positif.

# 5. Action sur les dentures

## 5.2 Cas particulier : trains 1 et 2 avec $\eta = 1$

En régime uniforme on a:  $M_A + M_B + M_U = 0$  (1)

Théorème de l'EC appliqué au train:  $P_{ext} + P_{int} = dEC/dt = 0$

Comme  $P_{int} = 0$  on a  $M_A \cdot \omega_A + M_B \cdot \omega_B + M_U \cdot \omega_U = 0$  (2)

Dans un repère lié au porte satellite U: en utilisant (1)

$$M_A \cdot (\omega_A - \omega_U) + M_B \cdot (\omega_B - \omega_U) = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{M_B}{M_A} = - \frac{\omega_A - \omega_U}{\omega_B - \omega_U}$$

Train de type 1:

$$\frac{\omega_A - \omega_U}{\omega_B - \omega_U} = - \frac{Z_B}{Z_A} \quad M_B = + \frac{Z_B}{Z_A} \cdot M_A$$

$$M_U = - \left(1 + \frac{Z_B}{Z_A}\right) \cdot M_A$$

Train de type 2:

$$\frac{\omega_A - \omega_U}{\omega_B - \omega_U} = - \frac{Z_a \cdot Z_B}{Z_A \cdot Z_b} \quad M_B = + \frac{Z_a \cdot Z_B}{Z_A \cdot Z_b} \cdot M_A$$

$$M_U = - \left(1 + \frac{Z_a \cdot Z_B}{Z_A \cdot Z_b}\right) \cdot M_A$$

# 5. Action sur les dentures

## 5.3 Détermination générale des moments

### 5.3.1 Calcul du rendement global $\eta_e$

Exemple: train 1 utilisé en réducteur. (A moteur, B Réaction (carter) U récepteur).

**Avec  $\eta=1$**  on avait:  $M_B=(Z_B/Z_A).M_A$  et  $Abs(M_U)=Abs(M_A+M_B)$

$\eta= (1 - v)$  on a :  $M_B=(Z_B/Z_A).M_A. \eta$  et  $Abs(M_U)=Abs(1+ (Z_B/Z_A). \eta). M_A$

Le rendement global du train  **$\eta_e$  peut être défini par (B immobile):**

**$\eta_e = P_s/P_E = M_U. \omega_U / (M_A. \omega_A)$**  avec  $\omega_A / \omega_U = i = (1 + Z_B/Z_A)$

On obtient:

**$\eta_e = 1 - v(1 - 1/i)$**

On peut calculer ce rendement pour différentes configuration (voir poly p9).

# 5. Action sur les dentures

## 5.3 Détermination générale des moments

### 5.3.2 Remarques:

- $\eta_e$  est toujours excellent chaque fois que le porte-satellites tourne moins vite que le planétaire ce qui est toujours le cas pour les types 1 et 2.
- pour les trains 3 et 4 seulement :
  - a)  $\eta_e$  chute rapidement (quoique toujours  $> 0$ ) lorsque le porte-satellites est moteur
  - b)  $\eta_e$  peut s'annuler lorsque le planétaire est moteur.

Donc, pour une certaine valeur du rendement de base  $\eta$ , il existe une valeur de  $i$  au-delà de laquelle le train devient irréversible.

### 5.3.3 Expression générale des moments

$$M_r = -M_m \cdot (\omega_m / \omega_r) \cdot \eta_e$$

$$M_R = -(M_m + M_r)$$